均衡蓄積軌道の持続性

置 塩 信 雄

1. 問　　題

資本制経済の蓄積過程の研究のために，はじめからいろいろの不均衡的諸要因をもちこんで検討を行うことは得策ではない。多くの不均衡を捨象した蓄積過程を考え，資本制のもとで，そのような径路が可能であるか。可能であるとして，それは持続しうるのか。そのような径路のうえでさえ，どのような矛盾があるのか。これらの諸問題を明らかにしたうえで，このような径路をはなれたとき，経済はどのような運動を行うかの検討に入る。これが有効な研究の順序である。

筆者は2部門モデルにおいて，「順調な拡大再生産径路」と「均衡蓄積軌道」という2つの均衡的な蓄積径路について，かなり立入った分析を行った[1]。「順調な拡大再生産径路」というのは毎期，(1)両部門で資本の正常稼動が行われ，(2)両部門の利潤率が均等し，(3)両部門での需給が一致している径路である。両部門の生産技術が所与であるとき，実質賃金率，資本家の貯蓄率が与えられると，それに対応して「順調な拡大再生産径路」が存在する。その径路が毎期，上述の3つの条件を充しつづける（持続性）ことができるためには，両部門比率はつねに一定「順調部門比率」を保ちつづけなければならないことを示した。

「均衡蓄積軌道」というのは，上述の3つの条件のほかに，毎期，失業率

1）置塩信雄『蓄積論』第2章， 4，筑摩書房，1976年。置塩「順調な拡大再生産経路と均衡蓄積軌道」国民経済雑誌，1970年9月（『マルクス経済学Ⅱ』筑摩書房，1987年所収）。

が一定であるという条件を充す蓄積径路である。「順調な拡大再生産径路」のほかに，このような径路を考えた理由は，上述の3条件を毎期充しつづける径路上を経済が進行したとしても，持続性という点で問題がある。「順調な拡大再生産径路」上では，雇用量は毎期一定の増加率を示す。ところが，これが労働供給増加率を上回っても，下回っても，やがてこの径路は持続不能となる。上回ったときには，やがて，そのような径路は労働供給の壁に阻げられて持続しえないし，下回ったときには，失業率は毎期増大して資本制的生産関係の再生産を行うことができなくなるからである。

この「均衡蓄積軌道」では実質賃金率は「順調な再生産径路」の場合と違って，所与ではありえない。また，この径路が毎期，上述の4つの条件を充しつづけるために両部門比率はどのようでなければならないかを考えた。生産技術が所与の場合についてそこでえた結論は次のようであった。第1部門の有機的構成が第2部門のそれよりも大きい場合には，両部門比率はつねに一定の「均衡蓄積部門比率」を保ちつづけなければならない。両部門の有機的構成が等しい場合にも同じ。第1部門の有機的構成が第2部門のそれよりも小なる場合には，その開きがある限度以上に大きいときには，「均衡蓄積部門比率」を離れた部門比率から出発しても，部門比率はやがて，「均衡蓄積部門比率」に接近してゆき持続可能である。

本稿でとりあげようとする問題は，この結論が，資本家による技術選択を考慮した場合にも成立するか否かを検討することである。既に述べたように，均衡蓄積径路上では実質賃金率は変数となるが，資本家はこの実質賃金率に応じて，採用可能な諸技術のうちから，予想利潤率を最大にするような技術を選択し，それを導入する。このことを考慮した場合に，均衡蓄積軌道の持続性を分析しようというのである[2)]。

2) 技術選択を考慮して，均衡蓄積軌道の持続性の条件をはじめてとりあげたのは松尾匡「技術選択を考慮した場合の均衡蓄積軌道の持続性条件」。(神戸大学修士論文1988年)

2. 技術選択

生産財を1単位生産するのに，生産財を a_1，労働を τ_1 投入しなければならず，消費財を1単位生産するには，生産財を a_2，労働を τ_2 だけ投入しなければならないとする。固定設備からくる複雑な事業を避けるため，投入される生産財はすべて消耗するものとしよう。生産財，消費財ともに生産期間は1期で，a, τ の投入の1期後に生産物を生むとする。

両部門の資本家は，1単位の生産のために投入しなくてはならぬ生産財，労働の組合せ（技術）について，採用可能な多くの組合せを知っている。その組合せは生産財および消費財について，それぞれ

$$A_1 a_1^{\alpha} \tau_1^{1-\alpha} = 1, \quad A_2 a_2^{\beta} \tau_2^{1-\beta} = 1 \tag{1}$$

であるとする[3]。ここで，$1 > \alpha > 0$，$1 > \beta > 0$ である。

生産財価格 p_1，消費財価格 p_2，貨幣賃金率 w が与えられたとき，資本家は利潤率

$$\frac{p_1 - (a_1 p_1 + \tau_1 w)}{a_1 p_1 + \tau_1 w}, \quad \frac{p_2 - (a_2 p_1 + \tau_2 w)}{a_2 p_1 + \tau_2 w}$$

をそれぞれ最大にするような技術 (a_1, τ_1)，(a_2, τ_2) を選択する。すると

$$-\frac{da_1}{d\tau_1} = \frac{w}{p_1}, \quad -\frac{da_2}{d\tau_2} = \frac{w}{p_1}$$

がえられる。(1)より

$$-\frac{da_1}{d\tau_1} = \frac{1-\alpha}{\alpha} \cdot \frac{a_1}{\tau_1}, \quad -\frac{da_2}{d\tau_2} = \frac{1-\beta}{\beta} \frac{a_2}{\tau_2}$$

であるから，

3) ここで想定された技術関数は通常コブ・ダグラス関数とよばれているものである。ここで，A_1, a_1, τ_1 の dimension について注意しておこう。まづ，a_1 は生産財当り生産財であるから無名数。τ_1 は生産財当り労働で〔労〕/〔生〕。したがって，A_1 は（〔生〕/〔労〕$)^{1-\alpha}$ という名数をもつ。もちろん α は無名数。経済量の dimension については，置塩「経済学における『次元の問題』」国民経済雑誌1982年12月（『現代経済学Ⅱ』筑摩書房，1988年所収）

$$\frac{1-\alpha}{\alpha}\ \frac{a_1}{\tau_1}=\frac{w}{p_1},\quad \frac{1-\beta}{\beta}\ \frac{a_2}{\tau_2}=\frac{w}{p_1} \tag{2}$$

となる。(1), (2)より, (a_1, τ_1), (a_2, τ_2) がきまる。

3. 利潤率均等

均衡蓄積軌道では両部門の利潤率は均等であるから,

$$\begin{aligned} p_1&=(1+r)(a_1p_1+\tau_1w) \\ p_2&=(1+r)(a_2p_1+\tau_2w) \end{aligned} \tag{3}$$

である。r は均等利潤率である。ここで, 消費財で測った実質賃金率 R を与えると,

$$R=\frac{w}{p_2} \tag{4}$$

(1)〜(4)の7個の方程式で, a_1, τ_1, a_2, τ_2, r, w/p_1, w/p_2 の7個がきまる。

あとの議論の便宜のため, 両部門の技術的構成を

$$k_1=a_1/\tau_1,\quad k_2=a_2/\tau_2 \tag{5}$$

とかくと, (2)より

$$k_2=\frac{\beta(1-\alpha)}{\alpha(1-\beta)}k_1 \tag{6}$$

をえる。これより

$$k_1-k_2=\frac{\alpha-\beta}{\alpha(1-\beta)}k_1$$

であるから, 両部門の技術的構成の大小は, α と β の大小によってきまる。

また, (13)の第1式より

$$1+r=1/(a_1+\tau_1w/p_1)$$

であるが, (2)の第1式を考えると

$$1+r=\frac{\alpha}{a_1}$$

となる。(1)の第1式より

$$a_1=\frac{1}{A_1}\left(\frac{a_1}{\tau_1}\right)^{1-\alpha}$$

であるから，結局，（5）より

$$1+r=\alpha A_1 k_1{}^{\alpha-1} \tag{7}$$

である。

次に，k_1 と R の関係式を求めておこう。（4）より

$$R=\frac{w}{p_1}\cdot\frac{p_1}{p_2}$$

であるが，他方(13)と（2）より

$$\frac{p_1}{p_2}=\frac{a_1+\tau_1 w/p_1}{a_2+\tau_2 w/p_1}=\frac{a_1\beta}{a_2\alpha}$$

これを上式に代入すると

$$R=\frac{w}{p_1}\cdot\frac{a_1\beta}{a_2\alpha}$$

をえる。（1）と（2），（6）より

$$R=\frac{1-\beta}{\alpha}b^{\beta}\frac{A_2}{A_1}k_1^{1-\alpha+\beta} \tag{8}$$

となる。ここで

$$b=\frac{\beta(1-\alpha)}{\alpha(1-\beta)} \tag{9}$$

である。

4.　正常稼働と需給均衡

均衡蓄積軌道の上では両部門において，購入した生産財はちょうど生産のために投入され（正常稼動），生産された商品はすべて，均等利潤率を含む価格で販売しつくされる。

生産財についてみると，生産量 x_1 は次期の生産のために投入され尽すから

$$x_1^t=a_1^{t+1}x_1^{t+1}+a_2^{t+1}x_2^{t+1} \tag{10}$$

である。x_2 は消費財生産量。t は期数を示す。a^{t+1} は x^{t+1} が生産される際

に投入される単位当り生産財量を示す。

消費財部門についてみよう。簡単のため，資本家の個人消費は捨象する。労働者は賃金を全額，消費支出する。生産期間が1期であるから，第 $t+1$ 期に産出される商品を生産する労働者は第 t 期に労働し，賃金を受とり，これを第 t 期に産出される消費財に支出する[4]。したがって，消費財部門での需給一致条件は

$$x_2^t = R^{t+1}(\tau_1^{t+1}x_1^{t+1} + \tau_2^{t+1}x_2^{t+1}) \tag{11}$$

である。

あとの便宜のため，(10)，(11)の書き直しを行っておこう。(10)は両部門の雇用量を

$$N_1 = \tau_1 x_1, \quad N_2 = \tau_2 x_2$$

とすれば，

$$\frac{1}{\tau_1}N_1^t = k_1^{t+1}N_1^{t+1} + k_2^{t+1}N_2^{t+1}$$

となる。(1)の第1式より，これは

$$A_1(k_1^t)^\alpha N_1^t = k_1^{t+1}N_1^{t+1} + k_2^{t+1}N_2^{t+1} \tag{12}$$

となる。(11)も同様にして，

$$A_2(k_2^t)^\beta N_2^t = R^{t+1}(N_1^{t+1} + N_2^{t+1}) \tag{13}$$

となる。

5.　失業率一定

均衡蓄積軌道では毎期，失業率は一定でなければならない。労働供給増加率を ν とし，労働供給量を L とすると

$$L^{t+1} = (1+\nu)L^t \tag{14}$$

失業率がつねに u であるとすれば

$$L^t = (1+u)(N_1^t + N_2^t) \tag{15}$$

4) マルクスの拡大再生産式の消費財需要にあらわれる $\varDelta V_1 + \varDelta V_2$ をいかに解釈するかの問題にかかわる，これについては，置塩『蓄積論』p. 144–6 参照。

である。総雇用量 N は

$$N^t = N_1^t + N_2^t \tag{16}$$

だから，(14)，(15)より

$$N^{t+1} = (1+\nu)N^t \tag{17}$$

以上で均衡蓄積軌道の諸条件の定式化は完了した。いま，それらを再記すると

$$k_2^t = bk_1^t, \quad b = \frac{\beta(1-\alpha)}{\alpha(1-\beta)} \tag{6}$$

$$R^t = \frac{1-\beta}{\alpha} b^\beta \frac{A_2}{A_1} (k_1^t)^{1-\alpha+\beta} \tag{8}$$

$$A_1(k_1^t)^\alpha N_1^t = k_1^t N_1^{t+1} + k_2^t N_2^{t+1} \tag{12}$$

$$A_2(k_2^t)^\beta N_2^t = R^{t+1}(N_1^{t+1} + N_2^{t+1}) \tag{13}$$

$$N_1^{t+1} + N_2^{t+1} = (1+\nu)(N_1^t + N_2^t) \tag{17}$$

の5式であり，これによって，k_1, k_2, N_1, N_2, R の5個の未知数がきめられる。

これらの連立方程式を次の2つの方程式に集約しておこう。

$$k_t^\alpha n_t = k_{t+1}\{n_{t+1} + b(1-n_{t+1})\}\lambda \tag{18}$$

$$k_t^\beta(1-n_t) = \frac{1-\beta}{\alpha} k_{t+1}^{1-\alpha+\beta}\lambda \tag{19}$$

但し，

$$n_t = N_1^t/N^t, \quad k_t = k_1^t, \quad \lambda = (1+\nu)/A_1 \tag{20}$$

である。変数は第1部門の技術的構成 k_t と第1部門の雇用比率 n_t である。k_t, n_t の運動が分かれば，(6)より k_2^t，(8)より R^t，(7)より r^t を知ることができる。

6.　恒常径路

(18)と(19)を毎期充しながら，

$$k_t = k, \quad n_t = n \tag{21}$$

であるような恒常径路は存在するか否か。またそのときの第1部門の技術的

構成 k, 第1部門の雇用比率 n はどのような大きさであるかを，まづ検討しよう。

(18), (19), (21)より

$$k^{\alpha-1}n=\{n+b(1-n)\}\lambda$$
$$k^{\alpha-1}(1-n)=\frac{1-\beta}{\alpha}\lambda \tag{22}$$

これより，$k^{\alpha-1}$ を消去すると

$$(1-b)n^2+\left(\frac{1-\beta}{\alpha}+2b-1\right)n-b=0$$

となるが，これは(9)を考慮すると

$$n^2-\left(\beta-\frac{1-\alpha}{\alpha-\beta}\right)n-\beta\frac{1-\alpha}{\alpha-\beta}=0$$

となるから，この方程式は β と $(\alpha-1)/(\alpha-\beta)$ なる2根をもつ。しかし，$n=N_1/N$ であるから $1>n>0$ でなければならない。β は $1>\beta>0$ であるから有意味である。だが，$(\alpha-1)/(\alpha-\beta)$ は $1>\alpha>0$ であるから，$\alpha>\beta$ のとき負となり無意味。また $\alpha<\beta$ のとき1より大となって無意味である。それゆえ，経済的に有意味な n の恒常解は β である[5)]。

次に k の恒常解についてみよう。(22)の第2式から，$n=\beta$ のとき

$$k_*^{\alpha-1}=\lambda/\alpha,\quad n_*=\beta \tag{23}$$

となる。(7)にこれを代入すれば

$$1+r_*=A_1\lambda$$

したがって，λ の定義(20)を考えると

$$r_*=\nu \tag{24}$$

---

5) 均衡蓄積軌道の恒常点での部門比率。部門比率を考える場合，使用価値量比率 x_1/x_2, 価値比率 t_1x_1/t_2x_2, 投入生産財比率 a_1x_1/a_2x_2, 投入労働比率 τ_1x_1/τ_2x_2 などがある。ここで取り上げた n は τ_1x_1/N であるから，投入労働比率は $n/(1-n)$ で，この恒常値は $\beta/(1-\beta)$ である。他の比率も n と k の恒常値から求めることができる。例えば，投入生産財比率は

$$a_1x_1/a_2x_2=\frac{a_1}{\tau_1}\cdot\frac{\tau_2}{a_2}\ \frac{\tau_1x_1}{\tau_2x_2}=\frac{k_1}{k_2}\ \frac{n}{1-n}=\frac{1}{b}\ \frac{n}{1-n}=\frac{\alpha}{1-\alpha}$$

である。

恒常利潤率は労働供給増加率に等しい。

実質賃金率 R の恒常値は(8)から

$$R_{*}=\frac{1-\beta}{\alpha}b^{\beta}\frac{A_2}{A_1}k_{*}^{1-\alpha+\beta} \tag{25}$$

となる。このとき，搾取率 e

$$e=(1-Rt_2)/Rt_2 \tag{26}$$

も次のようにきまる。ここで t_2 は消費財1単位生産のために直接・間接投下される労働量で

$$\begin{aligned} t_2&=a_2t_1+\tau_2 \\ t_1&=a_1t_1+\tau_1 \end{aligned} \tag{27}$$

できまり

$$t_2=\frac{a_2\tau_1}{1-a_1}+\tau_2 \tag{28}$$

である。技術関数(1)より

$$\begin{aligned} \tau_1&=k_1^{-\alpha}/A_1, \quad a_1=k_1^{1-\alpha}/A_1 \\ \tau_2&=k_2^{-\beta}/A_2, \quad a_2=k_2^{1-\beta}/A_2 \end{aligned} \tag{29}$$

であるから，(6)，(25)，(20)，(23)，(28)を考慮すると恒常搾取率 e は

$$e_{*}=\frac{\nu(1-\alpha+\beta+\nu)}{1-\alpha+\nu(1-\beta)} \tag{30}$$

となり，$\nu>0$ のとき，正である[6]。

最後に，恒常成長率 g^{*} について，みておこう。$n=N_1/N$ がつねに β であるから，N_1 と N は同一率で変化する。N は(17)より ν の率で増加するから，N_1 もまた ν の率で変化する。$N_1=\tau_1x_1$ であり，(29)から分かるように，k_1 が一定のとき，τ_1 も一定となる。それ故，N_1 が ν の率で変化するとき，第1部門の生産量 x_1 もまたその率で変化しなくてはならない。N_2，x_2 につ

6) 労働供給増加率 ν がゼロのときには，搾取率は均衡蓄積軌道のうえではゼロとなる。これは式(24)により利潤率がゼロになることと対応する。ν がゼロのとき，搾取率，利潤率がプラスになるには，新技術の革新的導入が不可欠である。本稿では，既知の技術関数のなかでの代替的導入のみが取扱われている。

いても同様である。したがって，恒常成長率 g^* は

$$g^* = \nu = r^* \tag{31}$$

である。

7. $\alpha=\beta$ の場合

均衡蓄積軌道は，k_1 と N_1/N がそれぞれ(23)で示される大きさを初期においてとっていれば，その後，k_1, N_1/N は変らず，したがって持続する。しかし，初期における k や n が(23)とは異なるとき，均衡蓄積軌道は持続しうるであろうか。

この問題を考えるために，最も簡単な場合から考案を始めよう。それは $\alpha=\beta$, したがって，$b=1$ で，両部門の技術的構成が同じ場合である。このとき，均衡蓄積軌道を示す(18)，(19)は

$$k_t^{\alpha} n_t = k_{t+1}\lambda \tag{32}$$

$$k_t^{\alpha}(1-n_t) = \frac{1-\alpha}{\alpha} k_{t+1}\lambda \tag{33}$$

となる。これより

$$n_t/(1-n_t) = (1-\alpha)/\alpha$$

となるから，第1部門の雇用比率 n はつねに α（したがって β）に等しくなくてはならず，n の初期値がこれと異なるときには，均衡蓄積軌道を進むことができない。

$n=\alpha=\beta$ であるときには，(32)，(33)は

$$k_{t+1} = \alpha k_t^{\alpha}/\lambda$$

となるが，$dk_{t+1}/dk_t = k_t^{\alpha-1}\alpha^2/\lambda$ で，恒常点においては $k^{\alpha-1}=\lambda/\alpha$ であるから，$dk_{t+1}/dk_t = \alpha < 1$ であるから，第1部門の技術的構成 k が任意の初期値から出発しても，恒常値 λ/α に収束する。

かくて，$\alpha=\beta$ の場合には，雇用比率 n がはじめから，恒常値を保っていなければ，均衡蓄積軌道を進むことができないことが分った。

8.　恒常点への到達

ここで，次の問題を考えてみよう。恒常点以外の点から出発して，次の時点でかっちりと恒常点 $k=(\alpha/\lambda)^{\frac{1}{1-\alpha}}$, $n=\beta$ に致達するような点 (k, n) が存在するか否か。

もし，そのような点が存在するとすれば，(18)，(19)より

$$k^{\alpha}n=\beta\left(\frac{\alpha}{\lambda}\right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}}$$

$$k^{\beta}(1-n)=(1-\beta)\left(\frac{\alpha}{\lambda}\right)^{\frac{\beta}{1-\alpha}}$$

これから，n を消去して，

$$\left(\frac{\alpha}{\lambda}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}}/k=z$$

とおけば

$$1-\beta z^{\alpha}=(1-\beta)z^{\beta}$$

をえるが，$z>0$ の範囲で，この式の左辺は z の減少関数，右辺は増加関数であるから，この方程式は $z=1$ しか正根をもたない。$z=1$ のとき

$k=\left(\frac{\alpha}{\lambda}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}}$ で恒常点である。したがって，恒常点以外の点から出発して，次の時点でかっちりと恒常点に到達することはないことが分った。

それ故，恒常点とは異なる点から出発して，恒常点に「到達」するには，恒常点に収束するしかない。恒常点へ収束するには，恒常点近傍で収束条件を充していなければならない。そこで，恒常点近傍の性質を検討することが必要となる。

9.　線 型 近 似

均衡蓄積関数を規定する(18)，(19)を分析の便宜のため次のように書きかえておこう。

$$k_{t+1}=Hk_t^{\frac{\beta}{1-\alpha+\beta}}(1-n_t)^{\frac{1}{1-\alpha+\beta}} \tag{34}$$

$$n_{t+1}=\left\{\frac{1}{\lambda H}k_t^{\gamma}n_t(1-n_t)^{\frac{-1}{1-\alpha+\beta}}-b\right\}/(1-b) \tag{35}$$

但し,

$$H=\left(\frac{\alpha}{(1-\beta)\lambda}\right)^{\frac{1}{1-\alpha+\beta}},\quad \gamma=\frac{(\alpha-\beta)(1-\alpha)}{1-\alpha+\beta}$$

である。$\alpha \neq \beta$, したがって $b \neq 1$ とする。

(34), (35)を恒常点 $\left(\left(\frac{\alpha}{\lambda}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}}, \beta\right)$ の近傍で線型近似すると

$$x_{t+1}=\frac{\beta}{1-\alpha+\beta}x_t-\frac{1}{(1-\beta)(1-\alpha+\beta)}\left(\frac{\alpha}{\lambda}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}}y_t$$

$$y_{t+1}=\frac{\beta(1-\beta)(1-\alpha)}{1-\alpha+\beta}\left(\frac{\alpha}{\lambda}\right)^{\frac{-1}{1-\alpha}}x_t+\frac{\beta+(1-\beta)(1-\alpha+\beta)}{(\alpha-\beta)(1-\alpha+\beta)}y_t$$

但し, $x=k-k_*$, $y=n-n_*$。この連立線型定差方程式の解が, 任意の初期値から, $x=0$, $y=0$ に収束するための必十条件件は, この定差方程式の特性方程式を

$$\rho^2-b\rho+c=0$$

とすれば

$$-1<c<1 \tag{36}$$

$$1-b+c>0 \tag{37}$$

$$1+b+c>0 \tag{38}$$

のいずれもが成立することである。ここで

$$c=\frac{\beta(1+\alpha-\beta)}{(\alpha-\beta)(1-\alpha+\beta)} \tag{39}$$

$$b=\frac{2\beta(\alpha-\beta)+(1-\alpha+\beta)}{(\alpha-\beta)(1-\alpha+\beta)} \tag{40}$$

である。

10.　$\alpha > \beta$ の場合

第1部門の技術的構成が第2部門のそれより大きいとき，恒常点の近傍は収束条件を充さない。

実際，(39)，(40)を用いて，(37)の左辺を求めてみると，$(\alpha-1)/(\alpha-\beta)$ となり，$\alpha<1$，$\alpha>\beta$ であるから負となり，条件(37)を充さないことが分る。

11.　$\alpha < \beta$ の場合

第1部門の技術的構成が第2部門のそれより小なるとき，恒常点の近傍で収束条件を充すか否かの検討はやや複雑である。

まづ，条件(37)についてみると，既に前項でみたように，(37)の左辺は $(\alpha-1)/(\alpha-\beta)$ となるから，$\alpha<1$，$\alpha<\beta$ であるから正となり，条件(37)は充される。

次に条件(36)の一部 $c<1$ についてみると，(39)より，$\alpha<\beta$ のとき c は負となるから，この条件は充される。

条件(36)の他の部分 $-1<c$ についてみる。この条件は $\alpha<\beta$ であるから，

$$1>\beta(1+\alpha-\beta)/(\beta-\alpha)(1-\alpha+\beta)$$

とかける。したがって，

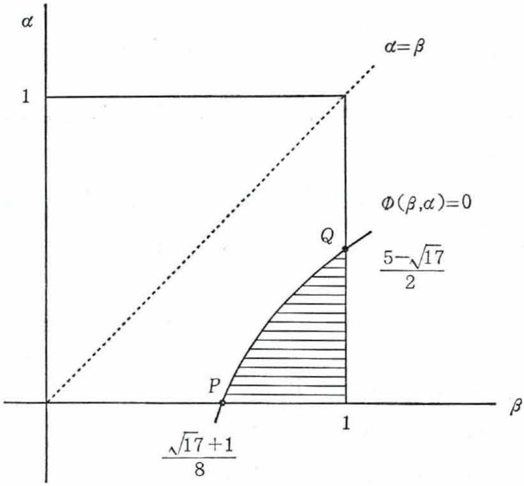
$$\phi=2\beta(\beta-\alpha)-\alpha(1-\alpha+\beta) \tag{41}$$

が正であればよい。これが成立するかどうかをみる前に，条件(38)をみよう。(39)，(40)を用いて，この条件を $\alpha<\beta$ のときについて書くと

$$\phi=-\varphi+(1-\beta)(1-\alpha+\beta)+\beta(1+\alpha-\beta) \tag{42}$$

が負であればよいことが分る。もし，条件(38)が充され，$\phi<0$ であれば，そのとき必ず $\varphi>0$ である。何故ならば，(42)の右辺の第2項以下は正であるからである。それ故，条件(38)が充されれば，条件(36)は必らず充される。したがって，結局 $\phi<0$ であれば，(36)～(38)のすべての条件は充たされる。

さて，$\phi<0$ であるために，α，β はどうでなければならないだろうか。結論をさきにいえば，β-α 平面での図の斜線部分に (α, β) があるとき，$\phi<0$



となり，収束条件が充される。斜線部分を画する曲線の方程式は $\phi(\beta,\ \alpha)=0$ で与えられる。

この曲線が β 軸をよぎる点 P は

$$\phi(\beta,\ 0)=-4\beta^2+\beta+1$$

の根で与えられる。正根は唯一で，$\beta_0=(1+\sqrt{17})/8<1$ である。

この境界曲線が $\beta=1$ なる直線をよぎる点 Q は

$$\phi(1,\ \alpha)=-\alpha^2+5\alpha-2=0$$

の根で与えられる。$0<\alpha<1$ の範囲には根が唯一つあり，$\alpha_0=5-\sqrt{17}/2<1$ である。

境界曲線 $\phi(\alpha,\ \beta)=0$ は $0<\alpha,\ \beta<1$ の領域では，単調な右上りの勾配をもつ。

$$\phi(\beta,\ \alpha)=-\alpha^2+5\beta\alpha+(1+\beta-4\beta^2)=0$$

であるから[7]，α について解くと

$$\alpha=\frac{5\beta\pm\sqrt{9\beta^2+4\beta+4}}{2}$$

となる。プラス符号をとると，$\beta>0$ のとき $\alpha>1$ となり不適なので，マイナ

7) これは $(-2/9,\ -5/9)$ を焦点とする双曲線の一部である。

ス符号の場合を考える。

$$2\frac{\alpha}{\beta}=5-\sqrt{9+\frac{4}{\beta}+\frac{4}{\beta^2}}$$

であるから，α/β は β の増加関数である。したがって，α は β の増加関数である。

境界曲線より下側の領域で $\phi<0$ であることは

$$\phi(1,\ 0)=-2<0$$

であることから，直ちに分る。

補. 技術一定の場合

読者の便のため，技術選択を捨象して，生産技術が一定の場合において，均衡蓄積軌道の持続の条件を述べておこう。

体系は(10)，(11)，(16)，(17)で，a_i^t，τ_i^t を一定とすることによってえられるから

$$x_1^t=a_1x_1^{t+1}+a_2x_2^{t+1} \qquad (a)$$

$$x_2^t=R^tN^{t+1} \qquad (b)$$

$$N^t=\tau_1x_1^t+\tau_2x_2^t \qquad (c)$$

$$N^{t+1}=(1+\nu)N^t \qquad (d)$$

である。

$$x_1^t/N^t=y_1,\quad x_2^t/N^t=y_2$$

とおいて，整理すると(a)より

$$y_1^t=(a_1y_1^{t+1}+a_2y_2^{t+1})\frac{N^{t+1}}{N}$$

(b)より

$$1=\tau_1y_1^t+\tau_2y_2^t$$

であるから，(d)を考慮して

$$y_t=\left(a_1-\frac{a_2}{\tau_2}\tau_1\right)(1+\nu)y_{t+1}+\frac{a_2}{\tau_2}(1+\nu) \qquad (e)$$

をえる。ここで，$y_t=y_1^t$ である。この定差方程式の恒常値を求めると

$$y_t=\frac{a_2(1+\nu)}{\tau_2-\varDelta(1+\nu)},\quad \varDelta=a_1\tau_2-a_2\tau_1$$

である。

$$\tau_2-\varDelta(1+\nu)>0 \tag{f}$$

のときにだけ有意味な恒常値が存在する。

さて，(e)は

$$y_{t+1}=\frac{\tau_2}{\varDelta(1+\nu)}y_t-\frac{a_2}{\varDelta} \tag{g}$$

とかけるが，周知のように

$$-1<\frac{\tau_2}{\varDelta(1+\nu)}<1 \tag{h}$$

なるときにだけ，y_t は恒常値 y_* に収束する。

以上の準備に基づいて，次のようにいうことができる。$\varDelta>0$，すなわち $a_1/\tau_1>a_2/\tau_2$，$k_1>k_2$ の場合には均衡蓄積軌道は恒常値以外の点から出発するとき，決して持続しない。まず条件(f)を充し，有意味な恒常値が存在する場合を考えよう。そのとき収束条件(h)の後半部が充されない。したがって，このとき，初期値が恒常性より小ならば，どんどん減少してゆき，ついには負となる。恒常値より大きい点から出発すると，増大を続け，ついに $\tau_1x_1>N$ となる。

次に条件(f)を充さず，$y_*<0$ の場合をみると，このとき収束条件(h)は充たされているから，y はこの $y_*<0$ に収束してゆく。つまり，やがて y は負となる。

$\tau_2-\varDelta(1+\nu)=0$ のときには恒常値自体が存在せず，式(g)は

$$y_{t+1}-y_t=-\frac{a_2}{\varDelta}$$

となるから，$\varDelta>0$ のため，y は減少をつづけ，やがて負となる。

$\varDelta=0$ のときには，式(e)は

$$y_t=\frac{a_2}{\tau_2}(1+\nu)=y_*$$

となるから，恒常値から出発する以外，均衡蓄積軌道を進むことはできない。

最後に $\varDelta<0$, すなわち，第2部門の技術的構成が第1部門のそれよりも大である場合を考える。$\varDelta<0$ のとき，有意味な恒常値の存在条件 (f), 収束条件(h)の後半部は充されている。したがって，その前半部だけが問題である。$\varDelta<0$ を考慮すると，それは

$$\varDelta<(1+\nu)+\tau_2<0 \qquad (i)$$

と書ける。これを両部門の技術的構成 k_1, k_2 を用いて書くと

$$k_2-k_1>1/\tau_1(1+\nu) \qquad (j)$$

となる。すなわち，第2部門の技術的構成が第1部門のそれより，ある限度をこえて大きいときには，任意の初期条件から出発しても恒常値に収束し，均衡蓄積軌道は持続しうる。

本稿の主題は，これと同様のことが，資本家による技術選択を考慮しても成立することを示すことであった[8]。

---

8) 前掲「順調な拡大再生産経路と均衡蓄積軌道」における $\varDelta>0$ の場合の分析において，$1-a_1(1+\nu)>0$ を前提して推論を行ったが，それを前提することなく，ここで示したように，$\varDelta>0$ のとき持続不可能となることが論証できる。