

フィボナッチの仮置法

楠 葉 隆 徳

キーワード：ピサのレオナルド 算板の書 仮置法

0. はじめに

ピサのレオナルドは *Liber abbaci* で10進法位取り記数法を西洋に伝えたことで知られる。レオナルドはボナッチ家の息子 *filius bonacci* を省略して後にフィボナッチと呼ばれ、その名を冠したフィボナッチ数は黄金比と共に数学の研究領域を広げた。しかし全15章から成るこの本のラテン原典に基づく研究は少ない。たとえばフィボナッチ数をどこで与えているかを言及したものもほとんどない。

レオナルドは1202年に *Liber abbaci* を書いた。1228年の第2版に関して現在14の写本が知られている¹⁾。イタリアの Boncompagni は最も間違いが少ないと判断した一つの写本 Bibliotheca Nazionale Centrale, Florence に基づいて1857年に刊本を出版した。校訂も注もないこの本を *Liber abbaci* のラテン語原典に基づく研究の底本とせざるをえない。

Boncompagni, *B Scritti di Leonard Pisano* 2vols. Roma 1857-62

以下の英訳があるが、原典に忠実とは言えない。

Sigler, Laurence *Fibonacci's Liber Abaci*, New York 2002

著作のタイトルの *abbaci* は *abaci* と綴られラテン語テキストにおいても混在している。*abaci* はラテン語の *abacus* の属格である。*Liber abaci* とは *abacus* の本という意味である。*abacus* という語はギリシア語の *ἄβαξ* に由来する。この語はアリストテレス『アテナイ人の国制』第69章(1)で使われており日本語訳では計算板とあるが、数える為に使われていた器具かもしれない²⁾。インドやアラビアでも計算板を意味する語はサンスクリットやアラビア語にもある。砂を敷き詰めた板とする説もある。*Liber abbaci* を『算盤の書』と翻訳することもある。

2016年に三浦伸夫氏が出版した研究書によりフィボナッチの人と著作に関することが明らかになってきたので改めてラテン語原典を読んでみる。全体の構成を理解するためにラテン語原典で序の後につけたトピックのリストを紹介する。なお、テキストでは章番号やそのページ番号はないが付け加える。これにより各章がどれくらいの分量かを理解できる。目次の和訳は三浦訳による³⁾。

1) Hannnah p. 307。

2) 村川堅太郎訳。岩波書店 pp. 341-342。

3) 序文と目次の訳に関しては三浦 pp. 129-131 参照。

1. 本の構成

De cognitione nouem figurarum yndorum, et qualiter cum eis omnis numerus scribatur; et qui numeri, et qualiter retineri debeant in manibus, et de introductionibus abbaci pp. 2-7.

1章 9個のインド人たちの数字の説明と、いかにしてすべての数がそれらを用いて書かれるか、そして数とは何か、そしていかにしてそれらを手も用いて記憶すべきか、そしてアバクスの導入について

De multiplicatione integrorum numerorum pp. 7-18

2章 整数の乗法について

De additione ipsorum ad inuicem pp. 18-22

3章 それら相互の加法について

De extractione minorum numerorum ex maioribus pp. 22-23

4章 大きな数から小さな数の減法について

De diuisione integrorum numerorum per integros pp. 23-47

5章 整数による整数の除法について

De multiplicatione integrorum numerorum cum ruptis atque ruptorum sine sanis pp. 47-61

6章 分数を持つ整数の乗法、および整数を持たない分数の乗法

De additione ac extractione et diuisione numerorum integrorum cum ruptis atque partium numerorum in singulis partibus reductione pp. 61-83

7章 分数を持つ整数の加法と減法と除法、そして数の諸部分の単位分数への変換について

De emptione et venditione rerum uenialium et similibus pp. 83-118

8章 商品などの売買について

De baractis rerum uenialium et de emptione holsonalie, et quibusdam regulis similibus pp. 118-135

9章 商品の交換、貨幣の購入、同様の規則について

De societatis factis inter consocios pp. 135-143

10章 仲間うちでなされたカンパニアについて

De consolamine monetarum atque eorum regulis, que ad consolamen pertinent pp. 143-166

11章 貨幣の鑄造と、鑄造に関する規則について

De solutionibus multarum positarum questionum quas erraticas appellamus pp. 166-318

12章 我々が仮置法と呼ぶ多くの提出された問題の解法について⁴⁾

De regula elcataym qualiter per ipsam fere omnes erraticie questionibus soluantur pp. 318-352

13章 エルカタイムの規則、それによってほぼすべての仮置法の問題がいかに解かれる

4) 英訳は On the solutions to many posed problems that we call false position。

か

De reperiendis radicibus quadratis et cubitis ex multiplicatione et diuisione seu extractione earum in se, et de tractatu binomiorum et recisorum et eorum radicum pp. 352-387

14章 平方根と立方根の見いだし方, それら自身の乗法, 除法あるいは減法, そして双和項と双差項およびそれらの平方根の考察について

De regulis proportionibus geometrie pertinentibus: de questionibus aliebre et almuchabale pp. 387-439

15章 幾何比例に関する規則について, アルゲブラとアルムカーバラの諸問題について第1章で9つの数字とゼロ記号を用いる数表記を教え, 7章まで分数表記も含め計算方法を教える。次いで文章問題が続く。公式や記号を使う計算はなく, 例題によって解法を教える。問題番号はない。計算の説明は掛け算から始まる。その第2章に「もし12掛け12の掛け算を求めるならば, 文字が容易に消せる板に, このマージンに書き方が認識されるように, 12が2度書かれる」とある⁵⁾。与えられた数値を板に書くことを教えている。よってこの本が教えたのは算盤による計算ではなく, 筆算である。しかし計算に使用される板とはどのようなものかわからない。紙の普及にともなって使われなくなったので現存していない。どのように計算したのかを理解するにはラテン語テキストを読むしかない。また, レオナルドはどのような読者を想定したのだろうか。たとえばいわゆる「メネラウスの定理」は *figura cata* と呼ばれている。*figura* は図形を意味するラテン語で, *cata* は切断を意味するアラビア語の音訳である。読者はアラビア語からの音写を理解したのだろうか。また, この定理を言及するのにプトレマイオスの『アルマゲスト』の名をあげる⁶⁾。レオナルドは『アルマゲスト』を読んだのか。

2. 第12章

本稿では12章の仮置法について考察する。というのも仮置法に対して *regula falsi* という用語ではなく, *erractis* を用いたことに興味をもったからである。最もページ数の多い12章は次の9つの部分から成る。英訳は Sigler による。

Quarum prima est de collectionibus numerorum, et quarundam aliarum similibus questionum 166-169 (Of which the first is on summing series of number, and certain other similar problems. 259-263)⁷⁾

Secunda de proportionibus numerorum per regulam quarte proportionis 169-173 (The

5) si quesierit (quaesierit と読む。quaeso 能動形未来完了3人称単数) multiplicationem de 12 in 12, scribantur 12 bis in tabula dealbata in qua littere leuiter delantur, sicuti in hac margine scriptum cernitur ラテン語テキスト p. 7。Sigler 訳 'if one wish to find multiplication of 12 by 12, then 12 is written in the chalk table in which the letters are easily deleted, as is shown written in this margin' p. 24。英訳には「2度」はない。

6) ラテン語テキスト p. 119; 英訳 p. 180; 三浦 p. 90 参照。

7) Sigler が *summing series of number* と訳したのは数の集まりを意味するラテン語である。

second is on proportions of numbers by the rule of four proportions 263-268)

Tertia de questionibus arborum, atque aliarum similibus, quarum solutiones fiunt 173-212 (The third is on problems of trees, and other similar problems which have solutions 268-317)

Quarte de inuentione bursarum 212-228 (The fourth is on the finding of purses 317-337)

Quinta de emptione equorum inter consocios, secundum datam proportionem 228-258 (The fifth is on the buying of horses among company members according to given proportions 337-372)

Sexta de uiagiis, atque eorum questionum, que habent similitudinem uiagiorum questionibus 258-276 (The sixth is on travellers, and the problems that have resemblance to the problems of travellers. 372-395)

Septima de reliquis erraticis, que ad inuicem in eorum regulis uariantur 276-303 (The seventh is on false position and rules of variation. 395-427)⁸⁾

Octaua de quibusdam in diuinationibus 303-309 (The eighth is on certain divination. 427-435)

Nona de duplicatione scacherii, et quibusdam aliis questionibus 309-318 (The ninth is on doubling of squares and certain other problems 435-445)

本稿では12章の第3部分と第4部分のそれぞれ最初の例題をラテン語テキストを忠実に読み、計算を再現することを試みる。(中の文は理解を容易にするために付け加えたことを示す。)テキストに関するコメントは脚注に書き、解法の数学的説明は翻訳の後に書いた。ラテン語の数詞は漢数字にした。原典研究のためにラテン語テキストを合わせて載せる。刊本にはピリオド、コロン、セミコロンが使われている。これは編者の解釈と言えるのでそのまま転写する。

2.1. 12章第3部分

第三部分、木とそれに対し解⁹⁾がつくられる同様の問題についてが始まる。

木がある。その $\frac{1}{4}$ と $\frac{1}{3}$ は地中に隠れており、それは21パルムス(の長さ)である。問われる¹⁰⁾。その木の長さはどれほどか。 $\frac{1}{4}$ と $\frac{1}{3}$ は12において見出されるから¹¹⁾、その木は12の等しい部分に分割されると認識せよ。それらの三分の一と四分の一、すなわち7部分が21パルムスである。7が21に比例するように¹²⁾12部分が木の長さに(比例する)。四

8) ここで完全数とフィボナッチ数を説明している。ラテン語テキスト pp. 283-284。英訳 pp. 404-405。

9) solutiones と読む。

10) queritur: queror の直接法現在3人称単数。字義的には「彼は嘆く」。ここでは quaeritur と読む。

11) reperiuntur: reperio の直接法受動態3人称複数。Sigler は the least common denominator of $\frac{1}{4}$ and

$\frac{1}{3}$ is 12 と訳す。

つの数は比例しているから、一番目と四番目との積は二番目と三番目との積である。もし二番目21を知られている三番目12に掛け、同様に（知られている）一番目の数、すなわち7で割ると未知の四番目の数として、すなわちこの木の長さとして36が出て来るだろう。あるいは21は7の三倍だから12の三倍を受け取れ。すると同様に36を持つだろう。

また、我々が利用する別の方法がある。明らかにあなたが未知の物として問題自体に置かれた分数によって完全に¹³⁾割られる既知の数を自由に置くようにする。この問題の提示に拠れば、提示された数自体と共にこの問題の解に適合する比例を見出すよう得ようと努める。例えばこの問題で問われている数は木の長さである。それゆえ、それを12であると置け。それは若枝¹⁴⁾の下にある3でも、4でも完全に割られるから。木の $\frac{1}{4} \frac{1}{3}$ が21であると言われているから、置かれた12の $\frac{1}{4} \frac{1}{3}$ を受け取れ。7である。それが偶然にも21であるならば確かに提示されたものを持つだろう。木は12パルムスだろう。しかし、7は21ではないから、7が21に対するように比例状態になる。提示された木が問われたものに対して7が生じる。21が生じるように私は何を置こう。次のように言われる。端の数が共に掛けられるべきである、すなわち12が21に（掛けられる）。そして結果¹⁶⁾は残りの数で割られるべきである。

Incipit pars tertia de questionibus arborum et similium quare solutiones fiunt.

Est arbo, cuius $\frac{1}{4} \frac{1}{3}$ latet sub terra, et sunt palmi 21: queritur quanta sit arboris illius longitudo: quia $\frac{1}{4} \frac{1}{3}$ reperiuntur in 12, intellige ipsam arborem esse in partes 12 equales diuisam; quarum tertia, et quarta, scilicet partes 7, sunt palmi 21; quare proportionaliter est sicut 7 ad 21, ita partes 12 ad longitudinem arboris. Et quia cum quattuor numeri sunt proportionales, est equa multiplicatio primi in quartum multiplicationi secundi in tertium: quare si multiplicaueris secundum 21 per tertium 12 notos, et diuides per primum numerum similiter, scilicet per 7, exhibunt 36 pro quarto ignoto numero, scilicet pro illius arboris longitudine: uel quia 21 tripla sunt de 7, accipe triplum de 12, et habebis similiter 36.

Est enim alius modus quo utimur, uidelicet ut ponas pro re ignota aliquem numerum notum ad libitum, qui integraliter diuidatur per fractiones, que ponuntur in ipsa questione: et secundum positionem illius questionis, cum ipso posito numero studeas inuenire proportionem cadentem in solutione illius questionis. Verbi gratia: numerus quesitus huius questionis est

12) proportionaliter 副詞。

13) integraliter: Sigler は integrally, Hannah は evenly と訳す。

14) virgis: virga の複数。分数表記の分母と分子の間にある線のこと。

15) consuevit: consuesco の完了形 3 人称単数

16) summa

longitudo arboris: quare pone ipsum esse 12, cum integraliter diuidantur per 3, et per 4, que sunt sub uirgis: et quia dicitur $\frac{1}{4} \frac{1}{3}$ arboris sunt 21, accipe $\frac{1}{4} \frac{1}{3}$ de 12 positus, erunt 7; que si essent 21 fortuito utique haberemus propositum, uidelicet quod illa arbor esset palmorum 12. Sed quia 7 non sunt 21; cadunt ergo proportionaliter sicut 7 ad 21, ita posita arbor ad quesitam, scilicet 12 ad 36; quare consuevit dicere: pro 12, que pono, ueniunt 7; quid ponam, ut ueniant 21; et cum ita dicitur, multiplicandi sunt insimul numeri extremi, scilicet 12 per 21; et summa diuidenda est per reliquum numerum¹⁷⁾.

訳註。現代数学なら $\frac{1}{4}x + \frac{1}{3}x = 21$ と書く問題に対し2つの解法があり、数の置き方も異なるようである。1番目の方法は3と4の公倍数を仮に置く。1番目は7、2番目は21、3番目は12とある。すなわち7 21 12と置いたようである。そして2番目の21と3番目の12との積を1番目の7で割る。4つの数の比例については12章第2部分で論じている。

regula falsi と称する解法は公倍数でなくてもよいが公倍数の方が計算が楽になるので、2番目の方法では公倍数を置いている。また、「端の数」すなわち12と21とあるので数の置き方は前述の事例とは異なる。

2.2. 第12章第4部分

第十二章第四部分、革袋¹⁸⁾の発見についてが始まる。

二人の人がデナリウス¹⁹⁾を持っており、発見されるべきデナリウスの入った一つの革袋を見つけた。一番目が二番目に言った。もし革袋のこのデナリウスを私の持っているデナリウスとともに私が持つならば、私はあなたの三倍持つだろう。これに対して彼にもう一人の人が答えた。もし私が革袋のデナリウスを私のデナリウスとともに持つならば私はあなたの四倍持つだろう。問われる²⁰⁾。それぞれはいくら持っていたか。彼らは革袋にはいくら見出したか。実につぎのことが注目されるべきである。一番目には革袋を持てば二番目の三倍持つことになるから、もし彼自身が革袋とともに3を持つなら二番目は1を持つだろう。よって両者は革袋とともに4を持つだろう。これらから一番目は革袋とともに3を持つだろう。よって彼はそれらデナリウスと革袋との和の $\frac{3}{4}$ を持つだろう。同様のことから二番目は革袋とともに一番目の四倍持つから必然的に同じ和の $\frac{4}{5}$ を持つことになる。

あなたはそれによって $\frac{4}{5} \frac{3}{4}$ が見出されるような数を得るだろう。20としよう。よって

17) ラテン語テキスト pp. 173-174; 英訳 pp. 268-269。

18) bursa. イエズス会の Clavius は *Epitome arithmeticae practicae* の中で *crumna* という語を使っている。『関孝和数学史研究所報告』p. 135 参照

19) 貨幣単位

20) queritur 注10参照。

それらのデナリウスの和が20であると置け。それから一番目は革袋とともに $\frac{3}{4}$ ，すなわち15を持っている。そして二番目は革袋とともに $\frac{4}{5}$ ，すなわち16を持っている。よって両者の間には革袋が二回計算されて31である。よって20から31までの超過²¹⁾，すなわち11が革袋にあるデナリウスの和である。それ故革袋は二回計算されたから，ただ一回だけ計算されるべきだから，されるべきより1回多く計算されたので20から31までの超過，すなわち11，これが革袋のなかに発見されるものである。15から11を引っ張り出すと4が残るから，一番目はこれだけ持つ。次に16から11を引っ張り出せ²²⁾。5が残る。二番目はこれだけ持つ。よって一番目は4，二番目は5を持ち，それらが革袋にある11と足されて我々が置いたように和として20を作る。

他の方法で。一番目は革袋とともにデナリウス自体の総和の $\frac{3}{4}$ を持つのであるから，二番目は革袋とともに総和の $\frac{1}{4}$ を持つ。そして一番目は総和の $\frac{1}{5}$ を持つ。というのも二番目が革袋とともに和の $\frac{4}{5}$ を持つから。20の $\frac{1}{5}$ を受け取れ。それは4であるから，一番目はこれだけ持つ。同様に20の $\frac{1}{4}$ を受け取れ。それは5である。二番目はこれだけ持つ。よって両者は9持つ。これだけから20までに革袋の量として，我々が前に述べたように11が残る。

同じことを別様に。一番目が物²³⁾を持つと置け。革袋とともに物と革袋を持つから，二番目のデナリウスの三倍である。よって二番目は物と革袋との三分の一を持つ。もし彼が革袋を持ったなら，彼は革袋と革袋の三分の一を加えて物の三分の一，それはIIIつの物に等しい，すなわち一番目の人のデナリウスの四倍だから，二番目と革袋とともに一番目の四倍を持つだろう。よって両方から物の三分の一の部分引っ張り出せ。革袋と革袋の三分の一が残り，それはIIIつの物，マイナス²⁴⁾物の三分の一に等しい。一つの革袋と三分の一の三倍，すなわち4つの革袋はIIIつの物マイナス三分の一の三倍，すなわち11の物に等しいから，また四つの11は十一のIIIに等しいから革袋のデナリウスの一番目の人のデナリウスに対する比を4に対する11とせよ。もし革袋に11デナリウスあるなら，一番目の人は4，それらすべての三分の一，すなわち5を必然に二番目が持つ。一番目は革袋とともにそれらの三倍を持つ。

Incipit pars quarta duodecimi Capituli de inuentione bursarum

21) superfluum。Sigler は difference と訳す。英訳 p. 318。

22) extrahe: extrahere の命令形。「引け」の意味。この動詞は直前でも使われている。算盤の上に小石を置いて計算したことの名残であろうか。

23) res。未知数に対して使われるアラビア語の 'sayi' のラテン語訳。

24) minus

Dvo homines, qui habebant denarios, inuenerunt bursam unam denariorum; qua inuenta, primus dixit secundo: Si hos denarios burse cum denariis, quos habeo, haberem, haberem utique ter tantum quam tu. Cui econtra alter Respondit: Et si ego haberem denarios burse cum denariis meis, haberem quater tantum quam tu. Queritur quot unusquisque habebat; et quot ipsi reperierunt in bursa. Notandum est quidem, quod quia cum primus, habita bursa, habeat ter tantum secundo; si ipse cum bursa habet 3, et secundus habet 1; ergo inter utrumque cum bursa habent 4; ex quibus primus cum bursa habet 3: ergo habet $\frac{3}{4}$ totius summe denariorum illorum, et burse. Propter eadem et secundus, cum habeat cum bursa quarter tantum primo, eiusdem summe $\frac{4}{5}$ eum habere necesse est. Quare inuenias numerum, in quo reperiantur $\frac{4}{5}$ $\frac{3}{4}$; eritque 20. Pone ergo, ut summa denariorum illorum sit 20; de quibus primus cum bursa habet $\frac{3}{4}$, scilicet 15. Et secundus cum bursa habet $\frac{4}{5}$, scilicet 16. ergo inter utrumque cum bursa bis computata habent 31. Superfluum uero, quod est a 20 usque in 31, scilicet 11, est summa denariorum burse. Ideo quia bursa computata est bis, cum non debeat computari nisi tantum semel; quare computatio burse fuit semel magis quam debuit. Vnde denarij superflui, qui sunt a 20 usque in 31, uidelicet 11, sunt semel id quod in bursa repertum fuit. Quare extrahes 11 de 15, remanent 4; et tot habuit primus: deinde extrahe 11 de 16, remanent 5; et tot habuit secundus: ergo primus habet 4, et secundus 5; quibus additis cum 11 de bursa faciunt 20, ut pro eorum summa posuimus.

Aliter quia primus cum bursa habet $\frac{3}{4}$ totius summe denariorum ipsorum, et burse; ergo secundus habet $\frac{1}{4}$ totius summe. Et primus habet $\frac{1}{5}$ totius summe, ideo quia secundus cum bursa habet $\frac{4}{5}$ summe. Quare accipe $\frac{1}{5}$ de 20, que est 4; et tot habuit primus. Item accipe $\frac{1}{4}$ de 20, que est 5; et tot habuit secundus; ergo inter utrumque habent 9; a quibus usque in 20 remanent 11 pro burse quantitate, ut prediximus.

Item aliter. Pone primum habere rem; quare cum bursa habet rem et bursam, que sunt triplum denariorum secundi: ergo secundus habet tertiam rei et burse. Quare si habuerit bursam, habebit bursam et tertiam burse, et insuper tertiam rei, que equantur IIIer rebus, scilicet quadruplo denariorum primi; cum secundus cum bursa habeat quater tantum quam primus. Extrahe ergo ab utraque parte tertiam rei, remanebunt burse, et tertia burse, que equantur IIIer rebus, minus tertia rei. Quare triplum unius burse, et tercie, scilicet burse 4, equatur triplo IIIer rerum, minus tertia, scilicet rebus 11: et quia quarter 11 equantur undecies IIIer, erit proportio denariorum burse ad denarios primi hominis, sicut 11 est ad 4.

Vnde si in bursa sunt denarii 11, primus homo habet 4, quorum omnium tercia, scilicet 5, necessario habet secundus; cum primus cum bursa habeat triplum eius²⁵⁾.

訳注。デナリウスという硬貨の入った革袋を見つけ、その中の金額を自分の財に加える。2人の所持金を a_1, a_2 , 革袋の金額を b とする。式で書くと次のようになる $\begin{cases} a_1 + b = 3a_2 \\ a_2 + b = 4a_1 \end{cases}$ レオナルドは3通りの解法を与えている。

(1) もし $a_1 + b = 3$ と置くと $a_2 = 1$ だから $a_1 + a_2 + b = 4$ である。よって $a_1 + b = \frac{3}{4}(a_1 + a_2 + b)$ 。同様にとあるので $a_2 + b = 4$ と置くなれば $a_1 = 1$ となり, $a_1 + a_2 + b = 5$ 。よって $a_2 + b = \frac{4}{5}(a_1 + a_2 + b)$ 。 $a_1 + a_2 + b = 20$ と置く。すると $a_1 + b = 15$, $a_2 + b = 16$ 。 $a_1 + b + a_2 + b = 16 + 15 = 31$ 。 b は2回計算されたから $b = 31 - 20 = 11$ 。よって $a_1 = 4$, $a_2 = 5$ 。

(2) 別解として。 $a_1 + b = \frac{3}{4}(a_1 + a_2 + b)$ だから $a_2 = \frac{1}{4}(a_1 + a_2 + b)$ 。同様に $a_2 + b = \frac{4}{5}(a_1 + a_2 + b)$ だから $a_1 = \frac{1}{5}(a_1 + a_2 + b)$ 。 $a_1 + a_2 + b = 20$ と置くと $a_1 = 4$, $a_2 = 5$ 。よって $b = 11$ 。

(3) 求めたい a_1 を物を意味する *res* と置く。この方法をレオナルドは「アラブ人たちは直接法 (*regula recta*) と呼ぶ」と言う²⁶⁾。ここでは x と書く。

すると $x + b = 3a_2$ 。よって $a_2 = \frac{1}{3}(x + b)$ 。ここから $a_2 + b = b + \frac{1}{3}x + \frac{1}{3}b = 4x$ 。両辺から $\frac{1}{3}x$ を引く。 $b + \frac{1}{3}b = 4x - \frac{1}{3}x$ 。3倍すると $3b + b = 3 \cdot 4x - x$ 。よって $4b = 11x$ 。ここから $b : a_1 = 11 : 4$ という比例が成り立つ。よって $b = 11$ とすると $a_1 = 4$ であり, $a_2 = 5$ となる。

これらの方法での解は一意ではない。 $a_1 + a_2 + b$ の値は分母の最小公倍数でなくてもよい。たとえば $a_1 + a_2 + b = 40$ と置くと, $b = 22$ $a_1 = 8$ $a_2 = 10$ となる。しかしフィボナッチに解が不定であるという意識があったのかは不明である。1つの解に満足していたのだろう。

この問題に続いて $\begin{cases} a_1 + b = 2(a_2 + a_3) \\ a_2 + b = 3(a_1 + a_3) \\ a_3 + b = 4(a_1 + a_2) \end{cases}$ と書くことができる3人の場合の問題がある²⁷⁾。

解法として $a_1 + b = 2$ ならば $a_2 + a_3 = 1$ となり $a_1 + a_2 + a_3 + b = 3$ 。よって $a_1 + b = \frac{2}{3}(a_1 + a_2 + a_3 + b)$ 。同様の原理により (*Eademque ratione*) $a_2 + b = \frac{3}{4}(a_1 + a_2 + a_3 + b)$, $a_3 + b =$

25) ラテン語テキスト pp. 212-213; 英訳 pp. 317-318。

26) 三浦 p. 182 とラテン語テキスト p. 191 参照。英訳は p. 291。

27) ラテン語テキスト pp. 213-214 英訳 pp. 318-319。

$$\frac{4}{5}(a_1 + a_2 + a_3 + b)。$$

$$\begin{cases} a_1 + b = \frac{2}{3}(a_1 + a_2 + a_3 + b) \\ a_2 + b = \frac{3}{4}(a_1 + a_2 + a_3 + b) \\ a_3 + b = \frac{4}{5}(a_1 + a_2 + a_3 + b) \end{cases} \text{ここで } a_1 + a_2 + a_3 + b \text{ の値を } \frac{2}{3} \frac{3}{4} \frac{4}{5} \text{ の分母の最小公倍数}$$

60と置く。すると $a_1 + b = 40$, $a_2 + b = 45$, $a_3 + b = 48$ となる。よって $a_1 + a_2 + a_3 + 3b = 133$ となり $2b$ の値は $133 - 60 = 73$ で2の倍数ではなく、整数解を得ることができない。よってフィボナッチは $a_1 + a_2 + a_3 + b = 120$ と置いて $b = 73$ を得る。次いで $a_1 + b = 80$ より $a_1 = 7$, $a_2 + b = 90$ より $a_2 = 17$, $a_3 + b = 96$ より $a_3 = 23$ を計算した。

3. 終わりに

線形方程式で記述できる問題の解法は2つある。ひとつは *regula falsi* と呼ばれる方法で任意の数を代入し、比例によって解を得る。木の問題の2番目の解法がその一例である。もう一つの方法は2つの数値を代入し、計算結果を使って求める方法で第13章をこの計算に当てる。13章のタイトルのエルカタイムとは誤りを意味するアラビア語アル=ハタアの双数、すなわちアル=ハタアイン (*al-khata'ayn*) の音訳である。

ここでレオナルドは第12章のタイトルになぜ *erraticas* という語を使ったのか考察する。*erraticas* は *erraticus* の女性複数対格であり、もとの動詞は、さまよう、放浪するを意味する *erro* であり、ここから思い違いをする、道に迷うという意味が派生する。名詞では放浪、道に迷う事、思い違い、誤謬の意になる。この章の問題は *regula falsi* で解くように一意のものではない。おそらく13章のタイトルにあるアラビア語術語にヒントを得たのであろう。仮置法ではなく、誤りの規則とでも訳すべきだろうか。従って、Sigler のように *de regulis erraticis* を *on the method of false position* と訳すと *regula falsi* と同じものになり、異なる用語を用いた意図が不明になる。

Stanford 大学の Keith Devlin はホームページの載せた 'Recreational mathematics in Leonard of Pisa's *Liber abbaci*' (p. 12) で革袋の問題についてインドのジャイナ教徒数学者マハーヴィーラの数学書『ガニタサーラサングラハ』6.244のアラビア経由の影響ではないかと説明しているがなんの根拠もない。術則を与えるとともに計算のアルゴリズムも教えるサンスクリット数学書と書式も異なる。

参考文献

John Hannah 'False position in Leonard of Pisa's *Liber Abbaci*' *Historia Mathematica* 34. 2007. pp. 306-32。

三浦伸夫『フィボナッチ [アラビア数学から西洋中世数学へ]』現代数学社2016