

〔書評〕

Yutaka Nishiyama,
The Mysterious Number 6174:
One of 30 Amazing Mathematical Topics in Daily Life,
Gendai Sugakusha, 2013,
Osaka University of Economics Research Series, Vol. 79

谷 克 彦

1. 本書の特徴と意義

本書は、同著者による2007年出版の『数学を楽しむ』（現代数学社）の英語版である。読者は英語版と日本語版の両方を備えて、数学も英語も楽しむという読み方もできる。それに、なんといっても情報を英語で発信することの意義は大きい。例えば、同著者による「ブーメラン・国際化プロジェクト」のウェブサイトに¹⁾だが、多くの外国語（70か国語）の翻訳を持っており、各国からアクセスがある。特にロシアからのアクセスが多いと聞く。英語版の本書の出版は、「身の回りのトピックスからそれを支えている数学的原理を発見する」という数学の楽しみ方を世界の人々と共有し、数学のより深い理解に大いに貢献するものである。

数学は種々の分野で活躍しており、数学が今日の社会を支えているとって過言ではないのだが、多くの市民にはそれが見えない。「漢字が読めないのは恥だが、数学など知らなくても困らない」と公言しはばからない。そのような大人の数学軽視が子供たちの数学嫌いを助長している。このような風潮は世界でも同様で、各国で数学への認識を高める国家規模の運動が実施されている所以である。米国ではMAM (Maths Awareness Month) 活動がレーガン宣言（1986年）でスタートし、英国でもMMP (Millennium Maths Project), フランスでも数学週間活動が実施されている。

どのような数学が、身のまわりで活躍しているかを具体的に理解できれば、数学を身近に感じ数学への感心が高まるだろう。そのため、種々の分野で数学が活躍しているようすを取り上げ、平易な解説をするエッセイが必要とされる。残念ながら、日本ではこのような啓蒙活動はまだ低調である。

なるほど、諸科学と数学との連携研究の必要性は、文科省、「忘れられた科学—数学」

1) <http://www.kbn3.com/bip/index2.html> (2015年5月閲覧)

(2006) で叫ばれ、先端の連携研究は加速している。このような異分野との境界領域は、数学へのニーズや新しい数学を生むシーズの宝庫であり発展を期待したい。しかしながら、研究者は手一杯であり、一般市民や生徒に、それらの内容を平易に説明することには手がつかない状況にある。とはいえ、このような数学の支持層を広げる啓蒙活動は重要である。海外には、優れた科学ジャーナリストが輩出する土壌がある。例えば、米 MAM では優れた記事を書いたジャーナリストの表彰制度があるし、英 MMP では Plus Magazine²⁾ という優れた数学啓蒙の読み物が出されている。ロシアでも KVANTIK³⁾ という生徒向けの楽しい数学読み物がある。ちなみに、同著者によるいくつかの記事、例えば、「6174の不思議」は MMP, Plus Magazine に、「ブーメラン」は KVANTIK に掲載されている。

米国や日本でも、数学博物館やリスーピア（パナソニック株式会社の事業のひとつ）、とっとりサイエンス・ワールドのような参加型の楽しい数学祭りやパズルなども盛んである。これらも数学・科学に生徒の注意を向けさせる動機になる。このようなケースでは、この先に続く「数学への導入」が特に重要であるが、なかなかそこまで踏み込めない現実がある。トピックスからその底にある数学原理を引き出し解説するのはなかなか力量がいる。本質から逸れた表面的な説明や飛躍類推で満足したり、数学理論へ続かず尻切れトンボで終わったりすることが多い。本書のように、興味深いトピックスを掘り下げて行って、その現象の底にある数学原理に至るというような書き方をしている本は意外と少ない。その意味で、本書は、マーティン・ガードナーの数学ゲームを思わせる良書である。

2. 本書の内容（若干のトピックス）論評

具体的に、本書からいくつかのトピックスを選び論評しよう。

(1) ブーメラン

Boomerangs Make a Left Turn, p. 6

はじめに、同著者の独壇場であるブーメランの項を見よう。

ブーメランがなぜ戻るのかはなかなか難しい物理学の問題である。もちろん秘密は、ブーメランの形状と投げ方にある。ブーメランの投げ方は「縦投げ」つまり、ブーメランの回転運動は垂直面内でなされることが重要である。

ブーメランが垂直面内で翼先端の回転速度20 km/h 回転（上側にいる翼は前進方向、下側にいる翼は後退方向へ）で回転しながら、全体の重心が100 km/h で前進している状態を考察しよう。ブーメランを投げ手から見て、回転面の左側が揚力を発生する翼面とする。翼が上側にあるときは120 km/h、下側にあるときは80 km/h の前進速度を得るので、この速度の差に応じた揚力が垂直な回転面の上下間に生じ、ブーメランの回転面を投げ手から見て左に横倒しにしようとする“ねじりモーメント”が生じる。ブーメランの回転モーメ

2) <https://plus.maths.org/content/Article> (2015年5月閲覧)

3) <http://kvantik12.livejournal.com/> (2015年5月閲覧)

ントと、これに直角に生じた“ねじりモーメント”により、歳差運動が生じ、ブーメランは左旋回し横倒しになって戻って来る。歳差運動は物理学の難しい項目であるが、地球ごまの例を思いうかべると良いだろう。回転しているコマの回転面をねじる（倒そうとする）と、回転軸の向きが動くのを体験したことを思い出そう。これが歳差運動で、机上で理論を学ぶ前に体でこのような体験をすることは、とても有用なことである（図1）。

著者の明快な解説により、ブーメランの型が“くの字”だから戻るという漠然としたイメージは正しくないことがわかる。著者は室内で安定に飛び手軽に楽しめる紙製の3枚翼のブーメランを設計した。これは誰でも自由に作製できるように著者のウェブサイト公開されている。

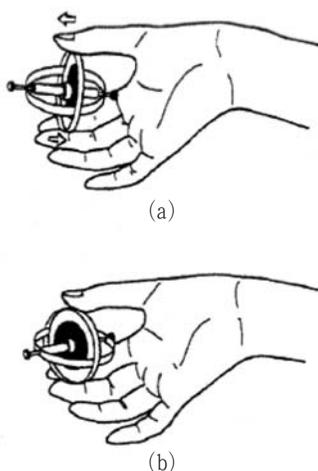


図1. ねじりモーメントによる回転面方位の変化

(2) 不動点の作図

An Elegant Solution for Drawing a Fixed Point, p. 27

2枚の正方形の用紙が机の上にアトラダムに置かれている。これらを重ね合わせるための回転には不動点が1つ存在するが、これを求めるエレガントな作図に関する記事である。重ね合わせる方法には、 $A \rightarrow A'$, $A \rightarrow D'$, $A \rightarrow C'$, $A \rightarrow B'$ の4通りの回転角度があるので、それぞれに対応する不動点が P_1, P_2, P_3, P_4 の都合4つある。これらの4つの不動点が一直線上に並ぶというのが「西山の定理」である（図2）。合同変換（等倍回転）だけでなく相似変換（拡大縮小回転）も含めた線形代数の話題で、不動点に関してはブラウワーの定理などがある。しかし、計算せずに不動点の存在を可視化して生徒にも理解できるようにしたランダム・ドット・パターンを利用する方法は非常に教育的で、数学祭りのイベントにも採用できそうである。実際は、正方形の用紙に作るランダム・ドットの分布状況が可視化の効力に影響するし、回転角度の小さいものの不動点が観察しやすいなどの実施上のテクニックはあるかも知れない（図3）。

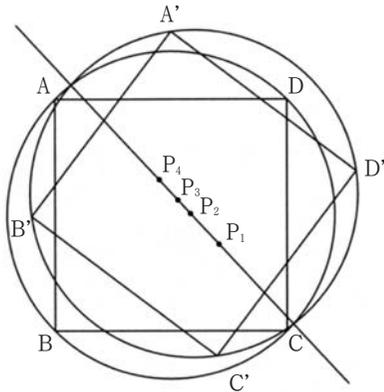


図2. 西山の定理

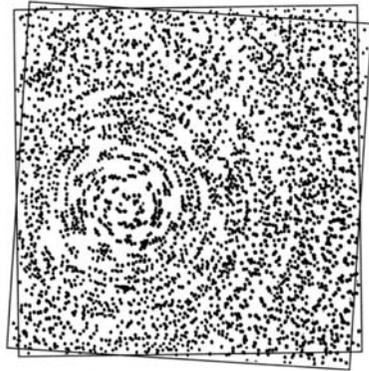


図3. 不動点の可視化

(3) 6174の不思議

The Mysterious Number 6174, p. 157

本書の題名にもなっているこの記事は、MMPのPlus Magazineにも掲載されたことがある。数学はいつも仕組みを解明できたかというところでもないらしい。この現象の仕組みには、まだ謎があるのだが、6174に関するこの命題が成立しているのは事実だ。

6174の各桁の数字の並びを変えて、最も大きい数字を作ると7641、最も小さい数字を作ると1467で、最大数字と最小数字の差は $7641 - 1467 = 6174$ になる。

6174という数字は実に不思議だ。

いろいろな4桁の数字で実験してみよう。例えば、2005なら

$$5200 - 0025 = 5175$$

$$7551 - 1557 = 5994$$

$$9954 - 4599 = 5355$$

$$5553 - 3555 = 1998$$

.....

このような操作をカプレカー操作というそうだが、頑張って、この先をもう少し繰り返して行くと、結局6174に到着する。全部同じ数字が並ぶ場合を除き、どのような4桁の数から出発しても6174に到達してしまう。実に不思議だ。著者はプログラムを作り、パソコンですべての4桁の数が、有限回のカプレカー操作で6174に達することを確かめた。

そのほかの桁数（3桁、5桁など）で、このような現象はどうなるか、落ち着くまで何回の繰り返しが必要かなどの振る舞いパターンも調べられた。それでも、この仕組みが何を意味するかは理解し難い。この現象を介して数学の不思議さを感じるのも良いだろう。

(4) オルダム継手

From Oldham's Coupling to Air Conditioners, p. 179

回転軸がわずかにずれた平行な2本の回転軸がある。左の軸の回転運動を右の軸に正確

に伝えるには如何したらよいだろうか。このような仕組みの需要は物づくりで実際に起こることで、オルダム継手はこのような目的で考案された。オルダム継手は、19世紀から20世紀にかけて近代化のためにドイツから輸入した機械のモデルだそうだ。現在では、継手部品として販売もされている。左右の回転軸の両端子の円盤の間に、「二重すべり子」とよばれる、独立な2方向にすべりながら回転する円盤機構を介させることで、回転運動の正確な伝達が実現している（図4）。三角関数を用いると「二重すべり子」の運動が記述できる。詳細な説明は割愛するが、中学生程度の幾何学の知識があればある程度の理解はできる。あるいは、模型や動画により「二重すべり子」の運動を観察すると興味津々になるだろう。オルダム継手のトピックスは、工学を数学が支えている実例の一つである。

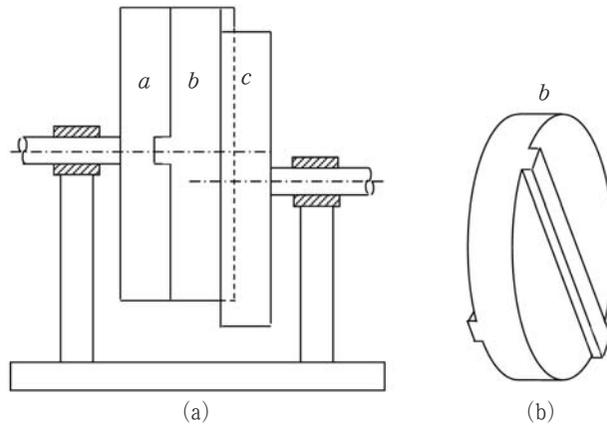


図4. オルダム継手

(5) 最速降下問題

The Brachistochrone Curve: The Problem of Quickest Descent, p. 239

2点間の最速降下曲線を求める歴史的に有名な課題である。最速降下曲線はサイクロイドになる。これは、「作用積分が停留値をとる経路が実現する」という変分原理に発展した重要なテーマである。物理学では、系の運動エネルギーと位置エネルギーの差（ラグランジュ関数）の作用積分に関する変分原理から、オイラー-ラグランジュ方程式が導かれる。この項目は偏微分を使うため、大学生・大人向けの解説レベルになるテーマではある。しかしながら、小・中学校の生徒も、種々の滑り台曲線に沿って球を転がし、最速降下ものを体験することができる（図5）。数学祭りのイベントでも人気があるテーマの一つである。ガリレオの見つけた振り子の等時性は、振幅の小さい範囲（線形近似）で成り立つものだが、振幅の大小により周期が変わらない改良型振り子の発明は正確な時計の開発に貢献した。改良型振り子はホイヘンスの考案として知られる（図6）。このホイヘンス振り子には、最速降下曲線（サイクロイド）が応用されている。

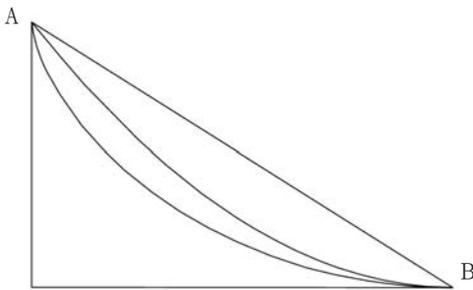


図5. 最速降下滑り台はどれ

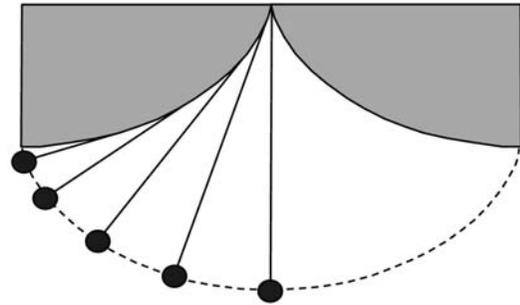


図6. ホイヘンス振り子

3. 数学月間から見た本書の意義

7月22日～8月22日は数学月間である。日本数学協会⁴⁾は、2005年に、この期間を「数学月間」と定めた。この期間は、数学の基礎定数 π ($22/7=3.142\dots$)と e ($22/8=2.7\dots$)に因む。これらの近似値を分数で表すと、それぞれ、 $22/7$ 、 $22/8$ で、日本の「数学月間」を何月に設定しようかという時、7月22日～8月22日を提案したのは、山崎圭次郎（東大名誉教授）であった。「数学月間」は、今年（2015年）で10年目になる。

数学月間活動は、「数学が社会を支えていることを知るとともに、逆に、社会の課題を数学が知る」機会でもある。我々は、この期間に、数学への関心を高めるイベントが各地で盛んになるように応援している。

片瀬豊（日本数学協会・理事）が発起人となり「数学月間の会 SGK」が作られ、ボランティア・ベースで、数学月間活動＝「数学と社会の架け橋」が行なわれている⁵⁾。

毎年、月間初日の7月22日には、「数学月間懇話会」を開催（於：東大・駒場キャンパス）し、その詳細案内は SGK 通信⁶⁾に掲載し参加を呼び掛けている（問い合わせ先：sgktani@gmail.com）。

数学月間活動のイベントには様々な形態がある。数学講演会や講習会（オープン・キャンパスを兼ね高校生対象に実施する大阪大学、社会を支える数学のテーマを選び実施する上智大学、数学講習会を行うお茶の水女子大学など）、あるいは数学祭（とっとりサイエンス・ワールドなど）の例がそれである。ウェブでの活動もある⁷⁾。各地でこのような数学イベントがもっと盛んになることを願っている。

数学と諸科学（工学、芸術、医学、…）の連携研究は、文科省も力を入れ始めたのだが、市民対象の啓蒙活動はまだ遅れている。多くの数学者は自分の数学研究や教育で手一杯。それに、社会（周辺科学）から数学を見るという必要性を感じていない。一方、数学嫌い

4) <http://www.sugaku-bunka.org/> 数学月間の会 / (2015年5月閲覧)

5) 数学月間のすすめ、片瀬豊、谷克彦、『数学文化』No.6 (2006), p.8

6) <http://sgk2005.sakura.ne.jp/> (2015年5月閲覧)

7) <https://www.facebook.com/sgk2014> (2015年5月閲覧)

の一般人には、抽象的な数学ではなく、数学を使う側の科学・工学の視点で見ると、親しみやすい。「数学が社会と無縁でない」との気付きは、数学へのモチベーションを高める。

本書のように身近で不思議なテーマから読者を惹きつけ、そこに隠れている数学にアプローチする企画は、数学月間の狙いそのものでもある。しかも、本書は数学理論の各分野への導入がきちんと考えられており、多くの人に推薦したい良書である。

付記：米国 MAM の補足説明—————

米国の MAM (Math Awareness Month) は、国家的な活動で毎年 4 月に実施されている。毎年タイムリーな数学分野が統一テーマに選ばれ、啓蒙活動が展開される。MAM は、1986 年のレーガン宣言により始まった。社会の色々な分野を数学が支えていることは、MAM ウェブサイト⁸⁾ の過去 29 年間の色々なテーマを見るとよくわかる。自分に興味のある分野のエッセイをお読みになることをお勧めする。最近取り上げられている数学のテーマは、複雑系、統計やビッグデータの解析、シミュレーションやモデリングなどで、これらはコンピュータと結びついて計算可能になった新しい分野である。

8) <http://www.mathaware.org/index.html> (2015 年 5 月閲覧)