

# Stepwise Chow Test を適用した事例データ分析

——Excel VBA プログラムの利用——

二 宮 正 司

はじめに

1. 1変数時系列データへの適用
  - 1-1. リーマンショックと日本 GDP の推移
  - 1-2. オイルショックと日本 GDP の推移
2. 2変数時系列回帰データへの適用
  - 2-1. リーマンショックと日本の家計消費行動
  - 2-2. 日本の情報通信技術の普及と家計消費行動
  - 2-3. 2つのオイルショックと勤労者世帯の消費行動
3. 3変数時系列重回帰データへの適用
4. クロスセクションデータへの適用
  - 4-1. 殺虫剤の濃度と害虫の死亡率
  - 4-2. 車の速度とガソリン消費量

おわりに

## はじめに

Stepwise Chow Test は、Chow (1960) によって提示された計量回帰モデルの構造変化テストを拡張したものである。Chow Test では、「ア・プリオりに与えられた特定の時点」に対してこのテストを適用し、構造変化が統計的に認定されると、このア・プリオリな時点を所与のデータを同質なデータ・グループに分割する分割点とする。この分割点は、経済・経営・その他分野における「構造変化の転換点」と見なすことができる。

ア・プリオリな情報を一切用いずに、「転換点の数が複数で未知かつその時点も未知」の場合に、転換点の数とその時点を同時に推定する方法の研究としては、Brown and Popkin (1962), Brown (1966), McGee and Carleton (1970), 二宮 (1977a), 二宮 (1977b) がある。特に、McGee and Carleton および二宮 (1977a) は、方法の理論的不充分さをモンテ・カルロ実験によって補充している。これら論文の検定量は、いずれも Chow の  $F$  統計量を用いているが、検定の手法と手続面で Chow Test の拡張が行われている。

Stepwise Chow Test<sup>1)</sup> は、ア・プリオリな情報を前提としない種々方法と較べて、構造

---

1) この方法の理論的解説の詳細、モンテカルロ実験結果などについては、二宮 (1977a), 二宮 (1977b), 二宮 (2009) を参照。

変化の検出力において決して劣っていないし、何よりも、極めてシンプルであるところに優位性を持っていると言える。しかし、ア・プリオリな情報を用いる伝統的な方法と、そのような情報を一切用いないプラグマチックな方法は、排他的でなく、相互に補完的なものであると考える。

Stepwise Chow Test の特徴は次の通りである。所与の全標本期間  $N$  において、何れの時期に構造変化が起こったかは未知であるから、どの時期もその可能性を同程度に持っていると考え。そこで、もし構造変化が起こっているならばと仮定して、全期間を2分割 ( $n_1+n_2=N$ ) するのに可能な  $N-1$  個の分割時点について、それぞれ逐次的に仮説検定を実行する。ただし、ここでは、可能な分割期間が  $N-2 \times (\text{変数の数}) - 1$  の場合を取り上げている<sup>2)</sup>。

本稿の目的は、今回作成した Stepwise Chow Test 実行するための Excel VBA プログラム<sup>3)</sup> の紹介を兼ねて、幾つかのデータを用いた事例分析を行うことである。

## 1. 1 変数時系列データへの適用

### 1-1. リーマンショックと日本 GDP の推移

表1は、リーマンショックを挟む日本の2001年から2012年までの実質 GDP の推移である。GDP を被説明変数、暦年を説明変数とする線形回帰方程式を用いて GDP 推移の構造変化時点を探索してみる。

表1. GDP の推移  
(単位：兆円・暦年・実質2005基準)

暦年	GDP
2001	476.5
2002	477.9
2003	486.0
2004	497.4
2005	503.9
2006	512.5
2007	523.7
2008	518.2
2009	489.6
2010	512.4
2011	509.4
2012	519.3

資料) 内閣府「国民経済計算」

#### (1) 自動分析 (メインステップ)

そこで、Excel VBA で作成したプログラムである StepwiseChowTestProgram を利用し

- 
- 2) 回帰推定には、「変数 (説明+被説明) の数+1」のデータ数が最低必要条件である。ここではこの条件を満たす場合の Chow Test のみを取り上げているので、可能な分割数は  $N-2 \times (\text{変数の数}) - 1$  である。Chow (1960) では上記の最低必要条件を満たさない場合のテストも紹介されているが、検定  $F$  値の自由度がその都度異なるので、 $F$  値の有意度を相互比較することはできない。
- 3) Excel VBA プログラムの作成については、大阪経済大学経営情報学部4回生の森下健くんの協力を得た。プログラム使用ガイドについては、二宮・森下 (2014) を参照。

Excel 画面 1. データ入力シート

	A	B	C	D	E
1	No	Y	X1	X2	X3
2	1	476.5	2001		
3	2	477.9	2002		
4	3	496.0	2003		
5	4	497.4	2004		
6	5	503.9	2005		
7	6	512.5	2006		
8	7	523.7	2007		
9	8	519.2	2008		
10	9	499.6	2009		
11	10	512.4	2010		
12	11	509.4	2011		
13	12	519.3	2012		

Excel 画面 2. 操作シート

	A	B	C	D	E	F
1	<b>自動分析(メインステップ)</b>					
2	データ数	説明変数の数	第1有意水準	第2有意水準	結果シート名	自動分析
3	12					
4	有意水準使用可否:	使用	使用			
5	<b>自動分析(サブステップ)</b>					
6	データの開始番号	データの終了番号	第1有意水準	第2有意水準	結果シート名	自動分析
7	1	10	使用	使用		
8	有意水準使用可否:	使用	使用			
9	<b>※ 数値入力のルール ※</b>					
10	---自動分析---					
11	(1) 「データ入力シート」に既にデータが入力されていることを確認してください。					
12	(2) データを入力すると、「データ数」は自動的に入力されるようになっていますが、今一度確認してください。					
13	(3) 「説明変数の数」を入力してください。					

ながら説明する。StepwiseChowTestProgram.xlms は、デフォルトでは「データ入力シート」と「操作シート」の2つのワークシートで構成されている。プログラムを立ち上げると、まず「編集を有効にする」をクリックして編集を実行可能にする。

次に「データ入力シート」(Excel 画面 1) で、説明変数 X1 と被説明変数 Y の列にデータを入力する。この時、A 列の「No」は自動的に入力される。以下では、例えば「6」を「時点 No. 6」と呼称する。

「操作シート」(Excel 画面 2) では、まず「自動分析」から始める。検定作業を自動的に処理するこの過程を「メインステップ」と呼んでいる。

自動分析の「数値入力のルール」は次の通りである。

- 1) 「データ入力シート」に既にデータが入力されていることを確認する。
- 2) データを入力すると、「データ数」は自動的に入力されるようになっている。
- 3) 「説明変数の数」を入力する。
- 4) 「第1有意水準」と「第2有意水準」に任意の数値を入力する。
- 5) 各有意水準を「使用」するか「不使用」かを、当該セルをクリックして選択する。
- 6) 「シート名」は任意に付けることができる。使用文字は、数字、アルファベット、漢字、記号などが可能だが、初めはデフォルト値「1」から始める方が善い。
- 7) マクロを有効にするために「コンテンツの有効化」ボタンをクリックする。有効化しないとプログラムを実行できない。続いて、「分析結果を保存するファイル名を入力してください」の画面で「OK」ボタンをクリックする。さらに、保存画面でファイル名(例えば、「分析結果(リーマンショックとGDP)」)を入力し、その保存場所を指定してから、「保存」ボタンをクリックする。
- 8) プログラムを実行させるために「自動分析」ボタンをクリックする。

自動分析の実行によって、作業経過を示す複数の「分析シート」と、最終的な実行結果を出力する1枚の「結果シート」が、それぞれ新規に挿入される。

## (2) 分析シート

この事例の場合「分析シート」は3枚ある。「1\_分析シート1\_1」(Excel 画面 3) は、

Excel 画面 3. 1\_分析シート1\_1



全データを2分割しながらその都度求めたF値と、その簡便なグラフ<sup>4)</sup>を表示している。ちなみに、分析シートの頭文字「1」は、「操作シート」で「結果シート名」のセルに入力した文字である。この事例のデータ分割数は、 $N-2 \times (\text{変数の数}) - 1 = 12 - 2 \times (2) - 1 = 7$ である。所与のデータ全体の期間を「選択全期間」、2分割した期間をそれぞれ「前半期間」、「後半期間」と呼ぶことにする。そして、その期間のデータの期間範囲は、「データ入力シート」の「No」列で付けられ番号で示すことにする。この事例の有意水準検定値として、5%と1%それぞれの値がA列に表示されている。「F推定値」には、各分割時点でのF値が列挙されている。その右隣の記号は、5%有意水準を超えたF値には「○」、1%水準を超えたF値に「◎」、有意でないF値には「—」を付している。

この事例では、前半期間 [No. 1~7] と後半期間 [No. 8~12] の分割時点のF値が5.742で5%有意、前半期間 [No. 1~8] と後半期間 [No. 9~12] の時点のF値が19.985で1%有意となっている。これらの自由度は同じなのでF値の大小比較が可能であるから、分割期間 [No. 1~8, No. 9~12] の方の有意性が格段に高いと結論付けることができる。従って、この分割で構造変化が検証されたので、前半期間の期末データのNoである時点No. 8を「転換点」呼んで「★」で表示している。時点No. 8はちょうど、リーマンショック<sup>5)</sup>のあった2008年に当たることを確かめてほしい。

以上までを、「メインステップ」の中での「1stステップ」と言う。次の「2ndステップ」では、2つの分割期間 [No. 1~8, No. 9~12] それぞれの期間内で構造変化が生じているかどうかを検定する。

- 4) グラフは、そのワークシート上で、移動、拡大縮小、加工・修正など任意に手を加えることができる。
- 5) 米国第4位の投資銀行リーマン・ブラザーズがサブプライム問題などで経営が行きづまり、2008年9月15日に米連邦破産法11条の適用を申請し破綻した。

Excel 画面 4. 1\_分析シート2\_1



Excel 画面 5. 1\_分析シート2\_2

有意水準検定値	前半期間	後半期間	F推定値	★転換点 ◎ 1%有意 ○ 5%有意
=5%				
#NUM!				
=1%				
#NUM!				
データ数が6未満のため分析できません。				
選択全期間は9~12です				

期間 [No.1~8] についてテストした結果は、「1\_分析シート2\_1」(Excel 画面 4) に示される。データ数が「1st ステップ」とは異なるので、自由度が異なり、従って有意水準 5%, 1%での検定値も違う。この期間では、分割数が  $8-2 \times (2)-1=3$  となるが、有意な  $F$  値は無いので構造変化は認められない。次に、期間 [No.9~12] の結果は、「1\_分析シート2\_2」(Excel 画面 5) にある。この期間のデータ数は 4 であるために、どんな分割方法を試みても回帰推定するためのデータ数<sup>6)</sup>が不足して計算できない。このシートには、その警告とテスト対象となった選択全期間 [No.9~12] が表示される。

### (3) 結果シート

以上の結果から、Stepwise Chow Test は「メインステップ」の「2nd ステップ」で終了することになるが、最終結果のまとめが「1\_結果シート」(Excel 画面 6) に出力される。

Excel 画面 6. 1\_結果シート

No	前半期間	後半期間	転換点	F推定値	有意水準 1%検定値	有意水準 5%検定値	選択全期間(1~12)の回帰分析
1	1~8	9~12	8	19.965	8.649	4.459	
4	Y	X1					回帰統計 重相関係数 0.791966 重決定 R2 0.535621 補正 R2 0.489404 標準誤差 11.74286 観測数 12
							分散分析表 自由度 変動 分散 残された分散
							回帰 1 1591.779 1591.779 11.54343
							残差 10 1378.948 137.8948
							合計 11 2970.727
							t 検定 t 検定 標準誤差 t P-値
							切片 -6192.18 1970.56 -3.14266 0.010463
							X 値 1 3.396264 0.081067 3.397583 0.006799

6) この事例では変数が 2 であるから、回帰推定に必要なデータ数は前半期間、後半期間でそれぞれ 3 以上無ければならない。すなわち全期間で 6 以上の数が必要である。



頭文字の「1」は、「操作シート」で入力したシート名である。

「結果シート」には、再度、データリスト、分割期間、転換点の時点、 $F$  推定値、有意水準検定値が示される。この事例の場合、構造変化の転換点が1つで、時点 No. 8 すなわち2008年であることが検証される。リーマンショックは2008年9月15日だから、この暦年においてショック及んだ期間が3か月半となる。そのために年間を通した影響はあまり大きくないと考えられる。従って、2008暦年は分割の前半期間に属し、2009暦年以降からリーマンショックの影響が明確に顕著になったと考えられる。こうして、リーマンショックがGDPの構造変化を起こしたと解釈できる。

このシートにはさらに、選択全期間、前半期間、後半期間それぞれでの回帰推定結果が一覧表示され、主要な推定値を比較検討できるようになっている。

#### (4) 本事例の Chow Test 統計量

Chow Test の  $F$  統計量は、回帰推定一覧表の1つである「分散分析表」の残差変動(残差平方和)と自由度で表示される。その式は、全期間の残差変動を  $SSR$ 、前半期のそれを  $SSR1$ 、後半期を  $SSR2$ 、自由度を  $\Phi_A$ 、 $\Phi_w$  とすると、以下の通りである。

$$F = \frac{(SSR - (SSR1 + SSR2)) / \Phi_A}{(SSR1 + SSR2) / \Phi_w}$$

ここで、 $Y$  を含む全ての変数の数を  $p$ 、前半期と後半期のデータ数をそれぞれ  $n1$ 、 $n2$  とすると、 $\Phi_A = p$ 、 $\Phi_w = (n1 - p) + (n2 - p) = N - 2p$  である。この事例の場合、 $p = 2$ 、 $n1 = 8$ 、 $n2 = 4$  だから  $\Phi_A = 2$ 、 $\Phi_w = 12 - 2 \times 2 = 8$ 、また「結果シート」(Excel 画面6)の分散分析表から、 $SSR = 1378.95$ 、 $SSR1 = 113.48$ 、 $SSR2 = 116.49$  であるから、 $F$  値は次のように求められる。

$$F = \frac{(1378.95 - (113.48 + 116.49)) / 2}{(113.48 + 116.49) / 8} = 19.985$$

この値と同じ数字は、「1\_結果シート」と「1\_分析シート1\_1」(Excel 画面3)の「 $F$  推定値」列で確認できる。

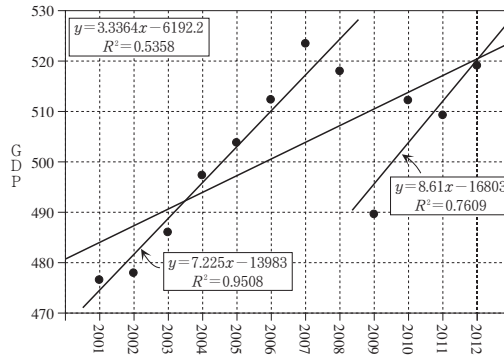
#### (5) Chow Test のイメージ

図1は、表1のデータを用いて描いた散布図である。確かに、2008年以前と2009年以降でGDPの推移に大きな変化があることが判る。散布図に描かれている3本の直線は、前半期 [2001~2008年]、後半期 [2009~2012年]、および全期間 [2001~2012年] のデータの動きに当てはめられた線形回帰直線である。

残差変動 ( $\sum(Y_i - \hat{Y}_i)^2 = \sum e_i^2$ ) は、図に於けるデータと回帰直線との誤差の程度を総合的に表示したものである。 $F$  式の  $SSR$  は全期間の総合的誤差を、 $SSR1$  は前半期の、 $SSR2$  は後半期の総合的誤差をそれぞれ表している。視覚的にも明らかなのは、全期間を1本の直線で当てはめるより、前半期と後半期に分割して当てはめる方が良好である。期間を分割した場合の残差変動=総合的誤差が、分割しない場合の残差変動より格段に小さくなっていることが判る。すなわち大雑把に言えば、検定式  $F$  の意味するところは、「全期間の総合的誤差」を「前半と前半を合わせた総合的誤差」と比べたものになっている

る。

図1. リーマンショックと日本 GDP の推移  
(単位: 兆円・暦年・実質2005年基準)



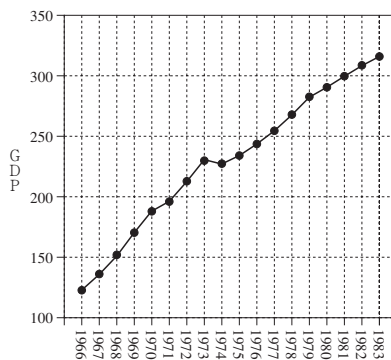
## 1-2. オイルショックと日本 GDP の推移

表2と図2は、オイルショックを挟む日本の1966年から1983年までの実質 GDP の推移である。GDP を被説明変数，暦年を説明変数とする回帰方程式を用いて GDP 推移の構造変化の転換点を探索してみる。

表2. GDP の推移  
(単位: 兆円・暦年・実質1990年基準)

暦年	GDP
1966	122.7
1967	136.3
1968	152.5
1969	170.8
1970	188.3
1971	196.6
1972	213.1
1973	230.2
1974	227.4
1975	234.5
1976	243.8
1977	254.5
1978	267.9
1979	282.6
1980	290.6
1981	299.8
1982	308.9
1983	316.1

図2. オイルショックと日本 GDP の推移  
(単位: 兆円・暦年・実質1990年基準)

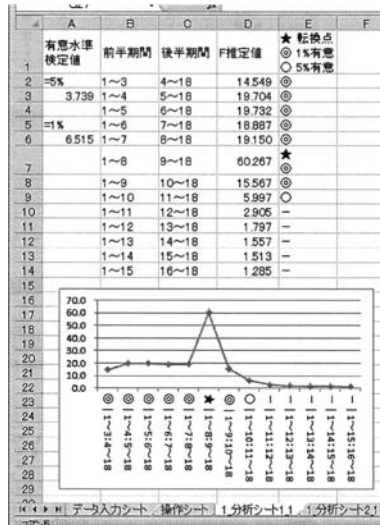


資料) 内閣府「国民経済計算」

### (1) 自動分析 (メインステップ)

早速、Stepwise Chow Test プログラムの「自動分析」を実行すると、5枚の「分析シート」と1枚の「結果シート」が新たに挿入される。「メインステップ」の1stステップの結果が「1\_分析シート1\_1」(Excel画面7)である。この事例のデータ分割数は  $N-2 \times (\text{変数の数}) - 1 = 18 - 2 \times (2) - 1 = 13$  であるから、13のF推定値が列挙されている。有意

Excel 画面 7. 1\_分析シート1\_1



な  $F$  値が相当並んでいるが、ここでは最も値の高い  $F$  値を採択して、これを転換点の時点と推定する。すなわち、前半期間 [No. 1~8: 1966~73年] と後半期間 [No. 9~18: 1974~83年] に分割し、1973年を転換点と推定する。この年の10月に第一次オイルショックが起こっている<sup>7)</sup>。

次いで 2nd ステップを実行した結果が、「1\_分析シート2\_1」(期間 [No. 1~8]) と「1\_分析シート2\_2」(期間 [No. 9~18]) に出力される。前者では構造変化が認められなかったが、後者では有意水準 5% で、転換点が時点 No. 13 すなわち 1978年と推定された。この年の末から第二次オイルショックが始まっている<sup>8)</sup>。さらに、時点 No. 13 で構造変化が有りとなったので、3rd ステップへ進むことになる。分割されたデータは、期間 [No. 9~13: 1974~78年] と期間 [No. 14~18: 1979~83年] であるが、いずれの場合もデータ数が不足しているために、検定作業はこの段階で終了する。この分析過程は「1\_分析シート3\_3」と「1\_分析シート3\_4」に出力されている。

結局、「メインステップ」では、検定のデータ数が満足されている限り Chow Test が実行され、構造変化が認定される限りデータが更に分割されて行く。検定作業が終了するのは、構造変化が認められないとき、あるいは検定のデータ数が不足するときである。この事例の場合の「メインステップ」の検定プロセスは、図表 1 のように表現できる。

テスト結果のまとめは、「1\_結果シート」(Excel 画面 8) に表示される。ここでは、最終的な転換点の時点と  $F$  推定値、その分割期間などの他に、回帰推定一覧表が出力され

7) 第四次中東戦争の勃発によって、OPEC 加盟国のペルシャ湾岸 6 国が 1973 年 10 月 16 日に原油公示価格を 70% 引き上げることを発表した。

8) 1978 年末に OPEC が、翌 1979 年より原油価格を 4 段階に分けて計 14.5% 値上げすることを決定した。また、1979 年のイラン革命によりイランでの石油生産が中断した。



図表 1. 「メインステップ」の検定プロセス

(メインステップ)

1st step	1	8	9	18
2nd step	非有意		9	13
3rd step			データ不足	データ不足

(サブステップ)

Sub1	1	8	9	13
------	---	---	---	----

Excel 画面 8. 1\_結果シート

No	前半期間	後半期間	転換点	F推定値	有意水準 1%検定値	有意水準 5%検定値	選択全期間(1~18)の
1	1~8	9~18	8	60267	6.515	3.739	回帰統計
2	2 9~13	14~18	13	8.957	10.925	5.143	重相関 R 0.99219
3							重決定 R2 0.994441
4							補正 R2 0.993468
5	No	Y	X1				標準誤差 7.647947
6	1	1227	1966				観測数 18
7	2	1363	1967				
8	3	1525	1968				

る。回帰推定では、1st ステップで転換点が時点 No. 8 と推定されたので、選択全期間 [No. 1~18]、前半期間 [No. 1~8]、後半期間 [No. 9~18] の結果表が縦に表示される。さらにその右隣に、2nd ステップの転換点が時点 No. 13 であるから、選択全期間 [No. 9~18]、前半期間 [No. 9~13]、後半期間 [No. 14~18] の回帰推定一覧表が縦に列挙される。

## (2) 手動分析 (サブステップ)

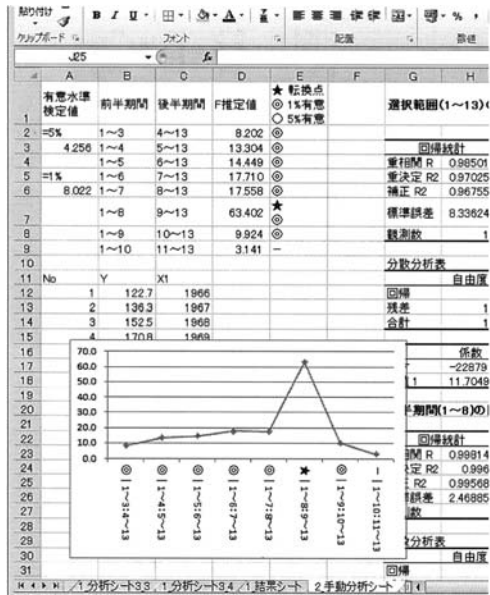
「メインステップ」で推定された転換点は時点 No. 8 と時点 No. 13 の 2 つであった。しかし、データの始点と終点、および 2 つの転換点を所与とした場合の「選択区間の組み合わせ」を考えると、図表 1 から判るように、検定の対象期間として選択されていない期間が 1 つある。それは期間 [No. 1~13] である。「サブステップ」では、「メインステップ」ではカバーできなかった検定期間を任意に選んで実行できるようになっている。

実行する前に、「操作シート」の手動分析の「数値入力のルール」をチェックする。

- 1) 「データ入力シート」に既にデータが入力されていることを確認する。
- 2) 分析したいデータ区間の「開始番号」と「終了番号」をそれぞれ入力する。番号は「データ入力シート」の「No」列の番号である。
- 3) 「第 1 有意水準」と「第 2 有意水準」をパーセントで入力する。
- 4) 使用する有意水準を選んで、それを「使用」か「不使用」を選択する。
- 5) 「シート名」は任意に付けることができるが、「自動分析」の値「1」とは異なる数字、例えば「2」を入力する。
- 6) プログラムを実行させるために「手動分析」ボタンをクリックする。
- 7) 続いて「手動分析」を 2 回以上繰り返す場合は、その都度、未使用の名前（例えば、3, 4, …）を入力する。

手動分析の実行によって、1 枚の「2\_手動分析シート」(Excel 画面 9) が新規に挿入

## Excel 画面 9. 2\_手動分析シート



される。シート名の頭に付されている「2」は、「操作シート」で与えたシート名である。もし、さらに異なる選択区間で実行するとき、例えば「3」を入力すれば、検定結果として「3\_手動分析シート」が新たに挿入される。

ここでは、分割の前半期間と後半期間、 $F$ 推定値とグラフ、検定結果、ならびにデータ一覧が示される。さらに、選択全期間、前半期間、後半期間の回帰推定一覧表も出力される。この事例では、分割数は  $N - 2 \times (\text{変数の数}) - 1 = 13 - 2 \times (2) - 1 = 8$  である。8つの  $F$  値の中で最大の数値が出た分割は期間 [No. 1~8, No. 9~13] であるから、構造変化の転換点として時点 No. 8: 1973年が推定された。この時点は、「メインステップ」で推定された結果と一致している。

ちなみに、1966~73年の平均成長率は9.5%、74~78年は3.1%、79~83年3.4%である。日本経済の第一次オイルショックからの立ち直りは目覚ましく、マイナス2.1%だった74年を除いた期間 [75~78年] の平均成長率は4.2%を達成している。この様子は、図2と「1\_結果シート」の回帰推定値から伺うことができる。Xの回帰係数は、1966~73年が15.3、74~78年が10.1、79~83年が8.5となっている。2度のオイルショック以降、日本経済は高度成長期から低成長期へと構造変化して行ったといえる。

「サブステップ」の有用性は、転換点が2つ以上推定された場合に発揮される。「メインステップ」では選択されなかったデータ区間について Chow Test を適用し、「メインステップ」で推定した転換点の確かさを再確認できる。

さらに、「サブステップ」では、「メインステップ」での結果とは関わりなく、任意のデータ期間を選択して Chow Test を自由に適用できるのである。

## 2. 2変数時系列回帰データへの適用

前節では、時間に沿って得られ1変数データを被説明変数、時間を説明変数として扱って Stepwise Chow Test を適用した。ここでは、先ず、時間に沿って得られた「回帰関係にある2変数データ」へ適用する事例を紹介する。

### 2-1. リーマンショックと日本の家計消費行動

表 3a は、リーマンショックを挟む、2001～2012暦年の日本の実質国民総所得と実質家計最終消費支出のデータである。回帰モデルは、国民所得を説明変数、消費支出を被説明変数とするマクロの線形消費関数である。

表 3a. マクロ家計消費と国民総所得  
(単位：兆円, 実質2005年基準)

暦年	国民総所得	家計最終消費支出
2001	492.9	273.5
2002	493.9	276.8
2003	501.2	277.9
2004	511.8	281.1
2005	515.7	285.3
2006	521.6	288.4
2007	532.3	291.3
2008	518.3	288.7
2009	497.4	286.4
2010	514.9	294.1
2011	508.1	294.3
2012	514.9	299.9

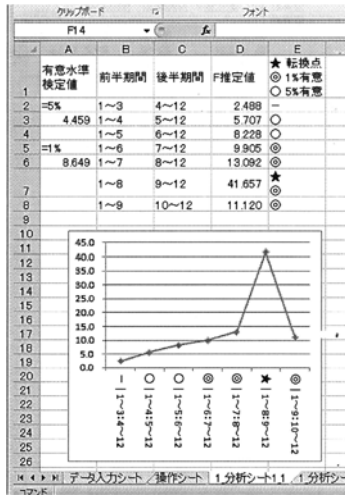
資料) 内閣府「2012年度国民経済計算」

このデータを用いて Stepwise Chow Test の「メインステップ (自動分析)」を適用すると、3枚の「分析シート」と1枚の「結果シート」が新規に挿入される。1st ステップの結果は「1\_分析シート1\_1」(Excel 画面10)に出力されている。分割可能な数は7だから  $F$  値の推定値が7つ列挙されている。ほとんどの分割時点で有意であるが、最も大きな  $F$  値は41.657 (1%有意点8.649)の時点 [No. 8: 2008年] が転換点と推定された。この年の9月15日にリーマンショックが生起している。

次いで2nd ステップでは、「1\_分析シート2\_1」と「1\_分析シート2\_2」に出力されるように、期間 [No. 1~7: 2001~08] では構造変化が認められず、期間 [No. 8~12: 2009~12] はデータ不足で分析は行われぬ。最終的なまとめは「1\_結果シート」(Excel 画面11)のように出力されるが、画面の楕円の破線部分に示すように、自分で任意に暦年を追加して、転換点である2008の隣に「◎」を付加することもできる。

図3は表3aのデータを用いた散布図であるが、プロット点に付された数字は暦年を下2桁で表している。2008年の国民総所得が実質的に大幅に減少しているが、限界消費性向で表現される消費行動パターンはこれまでと大差ないように思える。その理由は、9月15日に起こったこのショックの影響が2008年全体に与えた程度が3か月半分(約4分の1)

Excel 画面10. 1\_分析シート1\_1

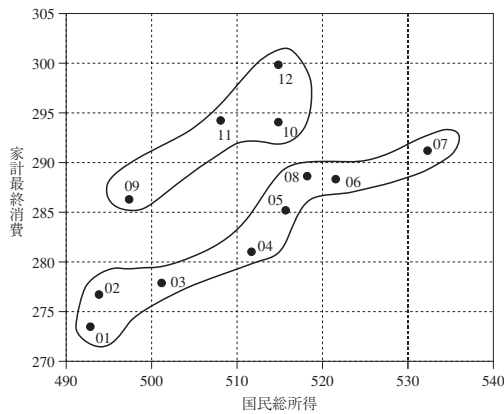


Excel 画面11. 1\_結果シート



であったためと思われる。リーマンショックの影響は、翌年2009年に確実に深刻になっている。図の2008年のプロット点から2009年のそれへの極端な移動が、深刻さを物語っている。

図3. リーマンショックとマクロ家計消費行動  
(単位: 兆円・暦年・実質2005年基準)



「1\_結果シート」の回帰推定一覧表から、国民総所得の係数（マクロ限界消費性向）の構造変化を読み取ることができる。マクロ限界消費性向は、2001～08年は0.45であったが、2009～12年は0.60に上昇している。リーマンショック以降に国民所得が大幅に減少したにも関わらず、消費のラatchet効果が働いて、消費レベルを所得の減少程には落していないと考えられる。

## 2-2. 日本の情報通信技術の普及と家計消費行動

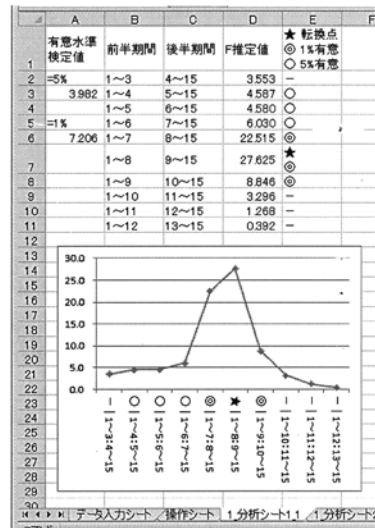
表4は、白砂(2007)154頁にある例題5-5の表5-8から引用したデータである。この例題の課題は、「…1990年代後半から急速に普及した携帯電話やインターネットによって、通信支出の傾向にも変化が生じたかどうか、…構造変化のF検定(チャウ・テスト…)を通じて調べなさい。…ただし、分割時点を1996年とし、①前期を1990～1996年、②後期を1997～2004年とします。」というものである。この事例では、通信支出を被説明変数Y、家計消費を説明変数Xとする線形回帰モデルを用いる。

表4. わが国の通信支出と国内家計最終消費支出  
(実質, 単位: 100億円)

年	通信支出	国内家計最終消費支出
1990	272	24196
1991	299	24805
1992	321	25476
1993	382	25822
1994	418	26507
1995	443	26940
1996	549	27619
1997	738	27917
1998	871	27861
1999	929	27826
2000	1000	28152
2001	1091	28663
2002	1094	28794
2003	1127	29158
2004	1187	29754

注) 1995年暦年価格  
資料) 内閣府「国民経済計算年報」  
出所) 白砂(2007) p. 154

Excel 画面12. 1\_分析シート1\_1

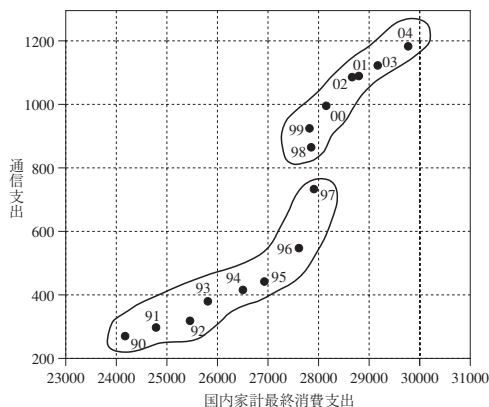


Stepwise Chow Test を適用すると、「メインステップ(自動分析)」の1stステップの結果が「1\_分析シート1\_1」(Excel 画面12)に出力される。これによると、有意水準1%を超えるF値が3つあるが、最も大きいのは27.625であるから、転換点は時点No.8:1997年となる。すなわち、期間[No.1~8:1990~97年]と期間[No.9~15:1998~2004年]との間で構造変化があり、通信支出の傾向に有意な変化があったということになる。

図4は表4のデータで作成した散布図である。この図と合わせながら、構造変化の様子を「1\_結果シート」に表示されている両期間での家計消費支出の回帰係数で見ると、97年までの係数が0.11、それ以降が0.15となっている。家計消費から通信支出に向けられる限界的割合が一段と増加していることが判る。

例題で指示されている分割時点1996年は、データ分析の結果から見て最適ではないということであるが、Chow Testによる分析結果はあくまでも1つの情報である。最適な転換点を確定するには、経済・政治・社会文化・歴史的分野からの多くの情報と併せて、総合的に判断する必要がある。

図4. わが国の通信支出と国内家計最終消費支出  
(実質, 単位: 100億円)



### 2-3. 2つのオイルショックと勤労者世帯の消費行動

表5と図5は、白砂(2007)190頁にある例題7-2の表7-3から引用したデータである。実質家計消費支出を被説明変数Y, 同可処分所得を説明変数Xとする線形回帰モデルを使って Stepwise Chow Test を適用する。

「メインステップ(自動分析)」の1stステップの結果が「1\_分析シート1\_1」(Excel画面13)に出力される。1%有意水準を超える14のF値の中で最大のものは、時点[No.11:1980年]である。次いで2ndステップの結果は、「1\_分析シート2\_1」と「1\_分析シート2\_2」に出力される。期間[No.1~11:1970~80年]では、5%有意水準で時点[No.4:1973年]が構造変化の転換点と推定される。他方、期間[No.12~25:1981~94年]では、有意な分割時点は推定されなかった。さらに3rdステップでは、期間[No.1~4:1970~73年]はデータ不足、期間[No.5~11:1974~80年]は有意なF値が存在しないという結果になった。こうして、これまでの結果のまとめは、「1\_結果シート」に出力される。

ところで、「1-2節(2)手動分析(サブステップ)」で述べたように、この事例に関しても、未だ選ばれていない「選択区間の組み合わせ」がある。それは、期間[No.5~25:1974~94年]である。「サブステップ」を実行した結果は「2\_手動分析シート」(Excel画面14)で出力されている。16のF値の中で最大値は62.513であり、1%有意水準の検定値6.612を大幅に超え、極めて強い有意性がある。

第二次オイルショックは、第一次のように突然ではなかったこと、第一次の学習効果があったことで比較的軽微であった。しかし、これとは別に米国経済の不況<sup>9)</sup>がオイルショックに拍車をかけたことで、日本は1982年ごろに至るまで景気後退期を迎えた。1979年から実施された原油の値上げが段階的に行われたためにショックが徐々に進行したこと、さらに家計の消費行動は一般に景気動向に若干の時間ラグを持っていることを考えると、1980

9) 米国のインフレ昂進と長期金利の高騰に伴う金融市場の混乱が深刻さを増した。

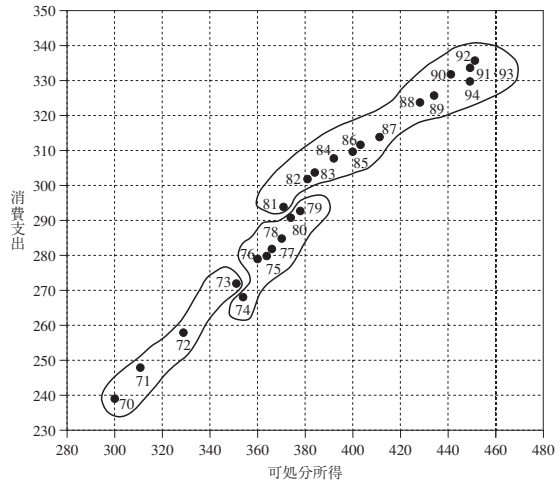


表5. わが国の勤労者世帯における  
実質家計消費支出と可処分所得  
(実質, 単位: 千円)

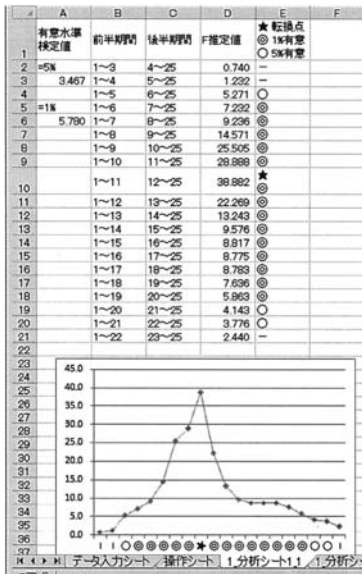
年	消費支出	可処分所得
1970	239	300
1971	248	311
1972	258	329
1973	272	351
1974	268	354
1975	280	364
1976	279	360
1977	282	366
1978	285	370
1979	293	378
1980	291	374
1981	294	371
1982	302	381
1983	304	384
1984	308	392
1985	310	400
1986	312	403
1987	314	411
1988	324	428
1989	326	434
1990	332	441
1991	334	449
1992	336	451
1993	334	449
1994	330	449

注) 1990年価格  
資料) 日本銀行「経済統計年報」  
出所) 白砂 (2007) p. 190, 表 7-3

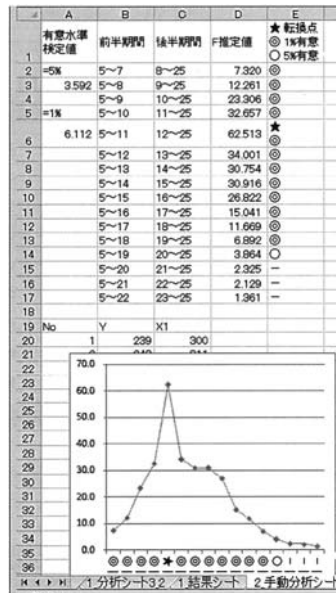
図5. 2つのオイルショックと勤労者世帯の消費行動  
(実質, 単位: 千円)



Excel 画面13. 1\_分析シート1\_1



Excel 画面14. 2\_手動分析シート



年と推定された構造変化の転換点はほぼ適切であるといえよう。もちろん、その他の情報を考慮しながら、なお慎重に検討する必要があることは確かなことである。

### 3. 3 変数時系列重回帰データへの適用

これまで単純線形回帰モデルによる構造変化の検定を取り上げて来たが、ここでは重回帰モデルの場合も Stepwise Chow Test を適用できることを紹介する。「2-1. リーマンショックと日本の家計消費行動」で消費のラチェット効果に言及したが、ラチェット効果を表す前年の家計最終消費支出を2つ目の説明変数として採用する。表3bが線形重回帰モデルのデータである。

表3b. マクロ家計消費と国民総所得  
(単位：兆円、実質2005年基準)

暦年	家計最終消費支出	国民総所得	前年家計消費支出
2001	273.5	492.9	269.2
2002	276.8	493.9	273.5
2003	277.9	501.2	276.8
2004	281.1	511.8	277.9
2005	285.3	515.7	281.1
2006	288.4	521.6	285.3
2007	291.3	532.3	288.4
2008	288.7	518.3	291.3
2009	286.4	497.4	288.7
2010	294.1	514.9	286.4
2011	294.3	508.1	294.1
2012	299.9	514.9	294.3

資料) 内閣府「2012年国民経済計算」

プログラムの「自動分析 (メインステップ)」を実行すると、1st ステップの結果が「1\_分析シート1\_1」(Excel 画面15) に出力される。この事例の分割数は、 $N-2 \times (\text{変数の数}) - 1 = 12 - 2 \times (3) - 1 = 5$  となる。1%有意水準9.78を大きく超えるF値が1つだけあり、その転換点が時点 [No. 8 : 1980年] となる。前述したように、この年の秋にリーマンショックが起こっている。

Excel 画面15. 1\_分析シート1\_1



表3cは、国民総所得と前年家計消費支出の回帰係数をリーマンショック前後期に分け

て、「1\_結果シート」から転記したものである。まず、いずれの期においてもラチェット効果の方が大きく働いていることが判る。また、ショック前後では、両係数ともショック前よりその後の方が、極めて高くなっている。すなわち、ショック後の実質所得が大幅に減少する中、特価・低価格商品の購入や貯蓄の切り崩し等によって、消費の量と質を出来るだけ維持していたと考えられる。

表 3c. マクロ家計消費関数の係数

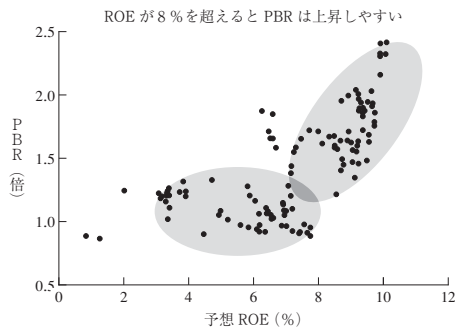
	2001～2008年	2009～2010年
国民総所得の係数	0.259	0.553
前年家計消費支出の係数	0.395	0.604

#### 4. クロスセクションデータへの適用

これまでは、時間に沿って計測された1変数または多変数のデータに Stepwise Chow Test を適用してきたが、ここでは、クロスセクションデータへの適用事例を紹介する。時系列データは時間で順序付けられているが、一般にクロスセクションデータはそうではないので、Stepwise Chow Test を全てのクロスセクションデータに適用することはできない。適用できるのは、変数の1つが何らかの基準で順序付けられたデータである場合である。

図表2は、日本経済新聞2013年4月6日付けの記事「ROEを考える」に掲載されていたものである。資本効率を意識した経営へのシフトが重要視される状況下、資本効率が株価に及ぼす影響に関して自己資本利益率（ROE）と株価純資産倍率（PBR）のデータを用いて描いた散布図である。記事では「ROEが8%を超えると、上げ相場への転換点になるとみることができる」と述べられている。図によると確かに、ROEが8%付近を超えるとPBRが上昇に転換し、株価上昇が期待される。この事例については、ROEを説明変数にする線形回帰モデルを用いて Stepwise Chow Test を適用することができる。統計分析の観点からすると何%のROEが転換点になるのか、興味深いところである。プログ

図表2. ROEとPBR



(注) 対象は東証1部、2003年以降の月末値、予想ROEは日経予想の純利益と期初自己資本で算出  
出所) 日本経済新聞2013年4月6日

ラムを実行する前に ROE データを昇順に並べ替える必要がるが、対データである PBR データもこれに沿って並べ替えられることになる。

今回はこの記事のデータを手に入れることができなかったので、以下、他のクロスセクションデータへ適用する2つの事例を紹介する。

#### 4-1. 殺虫剤の濃度と害虫の死亡率

表 6a は、石村 (2005) 40頁の表 3.1 のデータを借用している。この表は、殺虫剤の濃度と害虫の死亡率のデータである。死亡率は、この引用表の観測全数と死亡数を使って新しく加工したものである。この事例に Stepwise Chow Test を適用するには、まず、表の「薬の濃度」データを順序付けして並べ替える必要がある。並べ替えた表 6b のデータに対してこのテストを適用することになる。ここでは、薬の濃度を説明変数とする線形回帰モデルが利用される。

表 6a. 殺虫剤の濃度と害虫の死亡率

死亡率	薬の濃度
88%	10.23
86%	7.76
52%	5.13
33%	3.80
12%	2.57
100%	50.12
94%	40.74
96%	30.20
71%	20.42
38%	10.00
96%	25.12
93%	20.42
79%	15.14
59%	10.00

表 6b. 表 6a の並べ替え

死亡率	薬の濃度
12%	2.57
33%	3.80
52%	5.13
86%	7.76
38%	10.00
59%	10.00
88%	10.23
79%	15.14
71%	20.42
93%	20.42
96%	25.12
96%	30.20
94%	40.74
100%	50.12

引用) 石村 (2005) p.40, 表 3.1

「メインステップ (自動分析)」を適用すると、「A\_結果シート」(Excel 画面16)で判るように、構造変化の転換点が2つ推定されている。ここで、この結果シートに「A」が付されているのは、「操作シート」で「結果シート名」欄に「A」を入力したためである<sup>10)</sup>。そのことによって、Excel 画面16の分析シート名の頭にも「A」がついている。さらに「A\_結果シート」において、これまで再掲されたデータの変数名は Y, X1 などと表示されていたが、ここでは本来の変数名である「死亡率」、「薬の濃度」を任意に上書きしている。また、データ数値の桁揃えもほどこしている。そして、3つの異質なデータ群が一目で判るように、網掛けをして区分している。

この事例の「メインステップ」の検定プロセスは、図表3の通りである。これから判ることは、選択期間として期間 [No. 1~7] が未だ残されているので、この期間で「サブス

10) これまでの「結果シート名」には、とりあえず「1」を入れてきた。

Excel 画面16. A\_結果シート

	A	B	C	D	E	F	G
1	No	前半期間	後半期間	転換点	F推定値	有意水準 1%検定値	有意水準 5%検定値
2		1 1~4	5~14	4	7.412	7.559	4.109
3		2 5~7	8~14	7	6.966	10.925	5.143
4							
5	No	死亡率	薬の濃度				
6	1	0.12	2.57				
7	2	0.33	3.80				
8	3	0.52	5.13				
9	4	0.86	7.76				
10	5	0.38	10.00				
11	6	0.59	10.00				
12	7	0.88	10.23				
13	8	0.79	15.14				
14	9	0.71	20.42				
15	10	0.93	20.42				

テップ (手動分析)」を実行する。その結果は「B\_手動分析シート」として出力されるが、ここでも改めて、転換点が時点 No. 4であることを確認することになる。

図表3. 「メインステップ」の検定プロセス

(メインステップ)

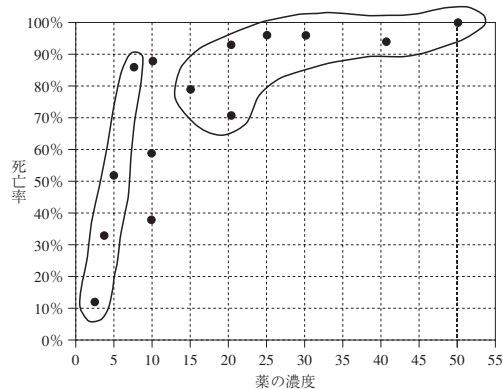
1st step	1	4	5	14
2nd step	データ不足	5	7	8
3rd step		データ不足		非有意

(サブステップ)

Sub1	1	4	5	7
------	---	---	---	---

図6は、表6aのデータの散布図を描いたものである。プロット点を囲む曲線は同質のデータ群である。すなわち、殺虫剤濃度が害虫死亡率に及ぼす効果については、薬の濃度がほぼ10を境に効き方が変化していることが判る。濃度10未満で殺虫効果は0%から90%へと急速であるが、濃度10超では極端に緩やかになっている。

図6. 殺虫剤の濃度と害虫の死亡率



## 4-2. 車の速度とガソリン消費量

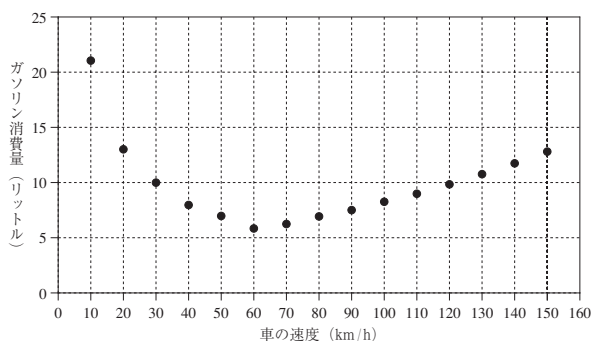
表7は、ムーア D/ マッケイブ G (2008) 142頁の練習問題 2.14のデータを引用した。これは車の速度が上がるにつれて、ガソリン消費量はどのように変化するかを検証するために、イギリス・フォード社の車、エスコートのデータを採ったものである。図7aはその様子を散布図にしている。図では、車の時速60kmを境に、ガソリン消費量が前半は急速に低下し、後半は徐々に増加する様子を読み取ることができる。したがって、60km 辺りが、時速とガソリン消費量の関係の転換点になるように思われる。はたして、データ分析ではどのような結果になるのであろうか。車の速度を説明変数とする線形回帰モデルを用いて、表7のデータへ Stepwise Chow Test を適用して見る。

表7. 車の速度と  
ガソリン消費量

ガソリン消費量 (ℓ/100km)	時速 (km/h)
21.00	10
13.00	20
10.00	30
8.00	40
7.00	50
5.90	60
6.30	70
6.95	80
7.57	90
8.27	100
9.03	110
9.87	120
10.79	130
11.77	140
12.83	150

引用) ムーア/マッケイブ (2008)  
p. 142

図7a. 車の速度とガソリン消費量



「メインステップ (自動分析)」によって、7枚の「分析シート」と1枚の「結果シート」が新規に挿入される。1st ステップは、「M\_分析シート1\_1」(Excel 画面17)である。シート名の頭の「M」は、「操作シート」の「結果シート名」に与えた名前である。7枚の分析シート名と結果シート名の先頭にも付けられている。検定結果は、ほとんどの時点で有意であるが、転換点は時点 No. 4 と推定される。

こうして、Stepwise Chow Test の「メインステップ」は4th ステップまで進み、結果のまとめは「M\_結果シート」(Excel 画面18)に出力される(変数名の加工, 異なるデータ群を区分する網掛けを施している)。このテストは、有意性の極めて高い3つの時点, 時点 No. 4, 時点 No. 7, 時点 No. 11 を転換点と推定した。この結果を踏まえて、同質データ群のそれぞれを破線で囲んだのが、図7bである。

図表4は、この事例に関するメインステップの検定プロセスを図示している。この図表から判るように、「サブステップ」のためのデータ選択期間として3つの期間がある。そして、「サブステップ」を実行した結果は、「S1\_手動分析シート」, 「S2\_手動分析シート」,



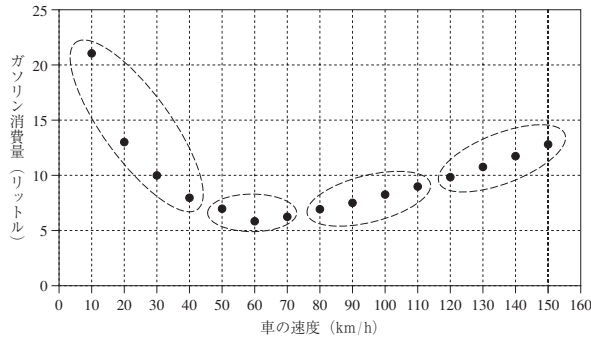
Excel 画面17. M\_分析シート1\_1



Excel 画面18. M\_結果シート

	A	B	C	D	E	F	G
1	No	前半期間	後半期間	転換点	F推定値	有意味水準 1%検定値	有意味水準 5%検定値
2		1~4	5~15	4	71.633	7.206	3.982
3		2~7	8~15	7	21.964	9.547	4.737
4		3~11	12~15	11	43.325	19.000	6.944
5							
6	No	ガソリン消費	時速				
7	1	21	10				
8	2	13	20				
9	3	10	30				
10	4	8	40				
11	5	7	50				
12	6	59	60				
13	7	63	70				
14	8	695	80				

図 7b. 車の速度とガソリン消費量



「S3\_手動分析シート」に出力されるが、その様子もまた、図表4の(サブステップ)に表示している。サブステップ1 (Sub1) では時点 No.3 が5%有意、サブステップ2 (Sub2) では時点 No.3 が1%有意、Sub3 では非有意となった。メインステップでの結果から1時点だけ外れた転換点が推定されている。そこで、新たに試みたのが、Sub4 と Sub5 である。Sub4 では、メインステップの2nd ステップとは1時点分はずれた転換点を推定し

図表4. 「メインステップ」と「サブステップ」の検定プロセス

(メインステップ)

1st step	1	4	5	15
2nd step	データ不足	5	7	8
2nd step		データ不足	8	11
3rd step			データ不足	データ不足

(サブステップ)

Sub1	1	3	4	7	○
Sub2	1	3	4		11
Sub3			5		11
Sub4		4	6	7	11
Sub5	1		6		—

◎ 1%有意, ○ 5%有意, — 非有意

ているが、1%有意である。

このような少し不安定な結果は、データ全体が緩やかな曲線を描きながら変化するケースで起こり易い<sup>11)</sup>。

以上の結果をもって厳密に最適な結論を導くことは容易ではないが、図7bと図表4から以下のような解釈をしておく。表8は「M\_結果シート」(Excel画面18)にある回帰推定結果をもとにまとめたものである。まず、時速50~70kmでのXの回帰係数(網掛部分)がゼロであることを否定できないので、この範囲の時速のガソリン消費量は約6.5lといえよう。そこで、時速10kmで約20lのガソリン消費量が時速40kmで約8lへと急速に減少している。この減少過程で、100kmにつき約0.42lのガソリンを節約できる。最も消費量の少ない速度は、時速50~70kmの範囲でほぼ一定の約6.5lである。時速がこれを超えると今度は消費量が徐々に増加するが、その増え方は、時速80~110kmで100kmにつき0.069l、時速120~150kmで0.099lのペースで増加する。極端なノロノロ運転と100kmを超える高速運転は、そうでない場合の倍近くのガソリン消費量になるといえる。

表8. ガソリン消費量と車の速度の回帰推定

時速 (km/h)		係数	標準誤差	t	P-値
10~40	切片	23.500	2.711	8.668	0.0130
	時速 X	-0.420	0.099	-4.243	0.0513
50~70	切片	8.500	2.622	3.242	0.1905
	時速 X	-0.035	0.043	-0.808	0.5672
80~110	切片	1.362	0.212	6.419	0.0234
	時速 X	0.069	0.002	31.288	0.0010
120~150	切片	-1.996	0.300	-6.643	0.0219
	時速 X	0.099	0.002	44.452	0.0005

## おわりに

本稿では、時系列データやクロスセクションデータへ Stepwise Chow Test を適用した事例をいくつか紹介してきた。Chow Test は2分割したデータが異質かも知れないという疑義を持って検定を実行するが、データを2分割する基準が必要である。時系列データの場合、データが時間で順序付けられているので、時間が基準になる。クロスセクションデータの場合、本稿で紹介したように、薬の濃度、車の速度など、データセットの1変数を何らかの基準で順序付けることが必要である。対象データは、身長、温度、試験成績、株価、GDP、平均余命、識字率など、大小関係に並べられる数量データである。

Chow Test で用いる回帰モデルは、単純回帰、多重回帰の何れも可能である。本稿では線形回帰を用いてきたが、非線形回帰モデルでも構造変化検定を試みることができる。非線形では、例えばデータをlog変換して取り扱うことになる。消費関数を例にすると、線形モデルでは限界消費性向の変化が視点になるが、非線形モデルでは消費の所得弾力性の

11) 転換点の移動に関しては、二宮正司(1977a)59頁の脚注、二宮正司(1977c)121~122頁・図4.4を参照。

変化が視点になる。

先に「4-2.車の速度とガソリン消費量」で少し触れたが、Chow Test 自身が抱えている弱点がある。変数関係が非線形で緩やかな弓形の曲線になっている場合は、データの選択期間の取り方によって、有意な転換点が移動するケースがある。

また、Riddell (1978) は、或る数値モデルを用いたモンテカルロ実験の結果、「Stepwise Chow Test は間違った時点を転換点と推定する場合があるので注意すべきである」と論じている。これについては、二宮正司 (2009) が同じ数値モデルを用いてモンテカルロ実験を試み、Stepwise Chow Test の有効性を検証している。Riddell の結論の誤りは、彼が「メインステップ」しか行っていないところにある。「サブステップ」を試みることで、この問題は解消するのである。「サブステップ」は、「メインステップ」で推定した転換点の再確認をするだけでなく、「メインステップ」だけは不十分な検定作業を補完してくれるのである。

本稿で使用したプログラムは、プロが作成したものではないので、ユーザーとして物足りない点が多々あろうと推察するが、Stepwise Chow Test で必要な基本的な情報は網羅できていると思う。何よりも、「一組のデータの分析作業に要する時間は、ほとんど瞬時である」ことに言及しておきたい。

#### 参 考 文 献

- Brown, M. and J. Popkin (1962), "A Measure of Technological Change and Returns to Scale," *Review of Economics and Statistics* 44, pp. 402-411.
- Brown, M. (1966), *On the Theory and Measurement of Technology Change*, Cambridge.
- Chow, G. C. (1960), "Tests of Equality between Sets of Coefficients in Two Linear Regressions," *Econometrica*, Vol. 28, No. 3, pp. 591-605.
- 石村貞夫 (2005) 『SPSS による多変量データの解析の手順』東京図書株式会社。
- McGee, V. E., and W. T., Carleton, (1970) "Piecewise Regression," *Journal of the American Statistical Association*, Vol. 65, pp. 1109-1124.
- ムーア D. / マッケイブ G. (2008) 『実データで学ぶ、使うための統計入門』日本評論社。
- 二宮正司 (1972) 「分散分析と構造変化の検定一付：計量マクロモデルによる検定結果」, 修士論文 (和歌山大学)。
- 二宮正司 (1977a) 「Stepwise Chow Test」『季刊理論経済学』28巻1号 (4月), pp. 50-60。
- 二宮正司 (1977b) 「構造変化とその転換点の検出方法」『名古屋学院大学論集』13巻2・3・4合併号 (8月), pp. 165-190。
- 二宮正司 (1977c) 「Stepwise Chow Test と計量マクロ関数への適用」『名古屋学院大学論集』14巻1号 (8月), pp. 97-138。
- 二宮正司 (1979) 「Stepwise Chow Test のマクロ経済モデルへの適用—戦後日本経済の構造変化—」, 『名古屋学院大学論集』15巻4号 (3月), pp. 111-131。
- 二宮正司 (2009) 「Stepwise Chow Test 再論」『大阪経大論集』第60巻第4号 (11月), pp. 1-16。
- 二宮正司・森下健 (2014) 『STEPWISE CHOW TEST Excel VBA Program プログラム使用ガイド』(10月)。

白砂提津耶 (2007) 『例題で学ぶ 初歩からの計量経済学 (第2版)』日本評論社。

Riddell, Wm. C. (1978), "The Use of the Stepwise Chow Test", *The Economic Studies Quarterly*, Vol. 29, No. 3, pp. 242-247.