アラビア語とサンスクリット版
ユークリッド『原論』にみる三平方の定理

楠　葉　隆　徳

要旨

アラビア語文化圏においてユークリッド『原論』の研究者は翻訳のみならず，解説をした。そのような研究者の一人であるアル＝トゥースィーの『原論』のアラビア語注釈書に由来するアラビア語文献とサンスクリット訳を比較検討し，伝承を検討した。また証明において辺の上に作図した正方形の位置関係により生じる場合分けの取り扱いが２つの文献において異なることを明らかにした。

キーワード：ユークリッド『原論』，ピュタゴラスの定理，アル＝トゥースィー，サンスクリット訳

ユークリッド『原論』第１巻命題47では三平方の定理，いわゆるピュタゴラスの定理が証明されている。『原論』ではその証明のために直角三角形の直角を囲む２つの辺の上の正方形が斜辺の上の正方形を分割した長方形と面積が等しいことを証明している。その証明に合同な三角形を利用している。『原論』の翻訳と注釈であるアラビア語とサンスクリットの二つの文献を本稿では翻訳し比較するとともに，三角形を用いないで面積の等しいことを利用する証明法について考察する。底本となるアラビア語テクストはトゥースィーの著作とされていたものである。ナシール＝アル＝ディーン＝アル＝トゥースィー（1201‐1274）は1250年ころ平行線公準に関する著作を書いた。この問題に対して息子のサドル＝アル＝ディーンが1298年に書いたと推測される手稿は1594年ローマで出版された[1)]。またトゥースィーは1248年に『ユークリッド原論編述』を完成した。編述とは証明を改良したり，註を付加してより理解しやすくしたものである。トゥースィーの名がついたアラビア語『ユークリッド原論編述』は1594年にローマで出版された。これはトゥースィーと関係のある人物によるもので偽トゥースィー版と呼ばれる[2)]。

アル＝トゥースィーの『原論編述』はジャガンナータによってサンスクリット訳された。ジャガンナータはナヤナスカとともに1720年代から30年代にジャヤシンハの宮廷で翻訳活動に従事した。翻訳のために新しい述語を作った。このサンスクリット訳は20世紀初頭に

1）上野・三浦監訳『カッツ数学の歴史』共立出版 2005．p. 308

2）三浦伸夫「中世におけるユークリッド」伊東俊太郎編『中世の数学 II』共立出版 1987．pp. 34‐35

出版された。これをもう一つの底本とする。

三平方の定理の証明に関して本稿の１章は偽トゥースィー版からの翻訳と解説，つづいて第２章はアル＝トゥースィーが書いた『原論編述』のサンスクリット訳からの翻訳と解説からなる。また上記２つの文献とは異なる証明を論じるアラビア語文献からの翻訳を末尾に追加する。本稿の翻訳において（かっこ）の中は補足のため，訳者が補った。

１章　アラビア語偽トゥースィー版からの翻訳

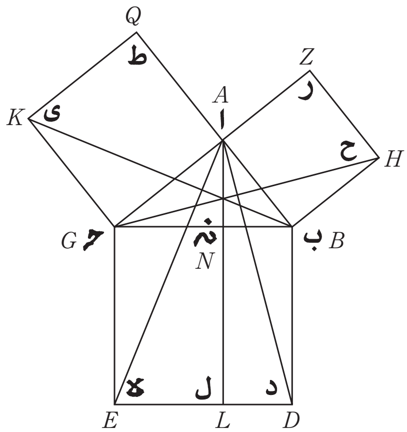
底本テクストでは応用した命題番号が数詞で書いてある。命題をさすアラビア語は šakl といい，図を意味するので，本稿では図と訳す。なお，１章における命題の翻訳は偽トゥースィー版から試みた。

翻訳

直角三角形のそれ（直角）の弦の平方はそれを囲む２つの辺の平方の和に等しい。

三角形 ABG の角 BAG が直角としよう。私は言う。BG の平方は AB と AG の平方の和に等しい。

図１



その証明。我々は三角形 ABG の辺の上に正方形 BDEG，AGKQ，ABHZ を描く。先行する図（すなわち命題1.46　決められた直線の上に正方形を描くこと）によって。そして点 A から線 AL を線 BD に平行に引く。31番目の図（ある平面において任意の点からその平面において与えられた点を通って与えられた直線に平行な直線を引くこと）によって。29番目の図（ある直線が平行な２直線にある。生じる角のうち，錯角は互いに等しく，外角は内対角に等しく，内側の２つの角は２直角に等しい）により２つの角 ABD と BAL（の和）は２直角に等しい。角 ABD は直角より大きいので角 BAL はそれより小さい。よって線 AL は線 BG を切る。もし，それをこの方向に際限なくまっすぐに引くなら線 BG と点 N で出会い，点 L で線 DE に到るとしよう。２点 AD，AE，GH，BK の各々を直線で結ぶ。角 BAG，BAZ，GAQ の各々は直角だから２つの線 AG，AZ は直線であり，同

様に AB，AQ も。14番目の図（両方向に広がる２つの直線上の点を通る直線が２つの直角か，あるいは（和が）それ（２直角）に等しい（角を）作るならば，２つの直線の一つは他方と１直線をなす）によって。２つの角 HBA，BAZ の各々は直角だから線 AZ は線 BH に平行であり，２つの角 AGK，GAQ の各々は直角だから線 AQ は線 GK に平行である。28番目の図（２直線にある直線が落ち，生じる角のうち外角が，同じ側の内対角に等しいか，あるいは同じ側の２つの内角が２直角に等しいならば，２直線は互いに平行となる）によって。角 ABG を２つの角 GBD，ABH の各々と一緒に一つにすると２つの三角形 ABD，GBH の角 ABD は角 HBG に等しい。２つの辺 AB，BD は２つの辺 BH，BG に等しい。よって４番目の図（２つの三角形で，２つの辺とその間の角が対応する他方の２つの辺とその間の角に各々等しいならば，互いに対応する残りの２つの辺と残りの角は互いに等しくなり，三角形は三角形に等しくなる）によって，三角形 ABD は三角形 HBG に等しい。平行四辺形 BL は三角形 ABD の２倍であり，正方形 AH は三角形 HBG の２倍である。41番目の図（全ての平行四辺形と同一方向の同一底辺にある三角形は，２つの線が平行ならば，平面は三角形の２倍である）によって。よって AB の平方は面 BL に等しい。２つの角 BGE，AGK は直角であるから，角 AGB をその各々と一緒に一つにすると２つの角 AGE，BGK は互いに等しく，それらを囲む辺は対称性によって互いに等しい。よって４番目の図によって三角形 AGE は三角形 GBK に等しい。正方形 AK は三角形 BGK の２倍であり，面 GL は三角形 AGE の２倍である。41番目の図によって。よって正方形 AK は面 GL に等しい。よって議論は完了した。これが我々が証明したいことであった。

訳注

A から BD に平行に引いた直線が辺 BG を切ることの説明はもともとの『原論』にはない。垂線が底辺を切る同様の説明はナシール＝アル＝ディーン＝アル＝トゥースィーのものとされているインターネットで入手した写本にも見られる[3)]。「我々は A から AL を BD に平行に引く。すると三角形の内側に落ちる。というのも角 DBA は直角より大きいので角 BAL は直角 BAG より小さい。そして必然的に BG を点 M で（ここでは N）切る。それは正方形 BE を面 BL と LG に分ける。」この写本では図の番号はマージンに数字で書かれている。マオールはこの写本をサービト・イブン・クッラのものとしている[4)]。サービト・イブン・クッラの証明はアル＝ナイリーズィーに引用されているが，ここで述べられているものとは異なる。アル＝ナイリーズィーのアラビア語テクストからの翻訳は本稿の最後に載せる。

この図には状態（wuqūʻ）の差異がある。正方形 BE が角 BAG に対する底辺[5)] の方向に

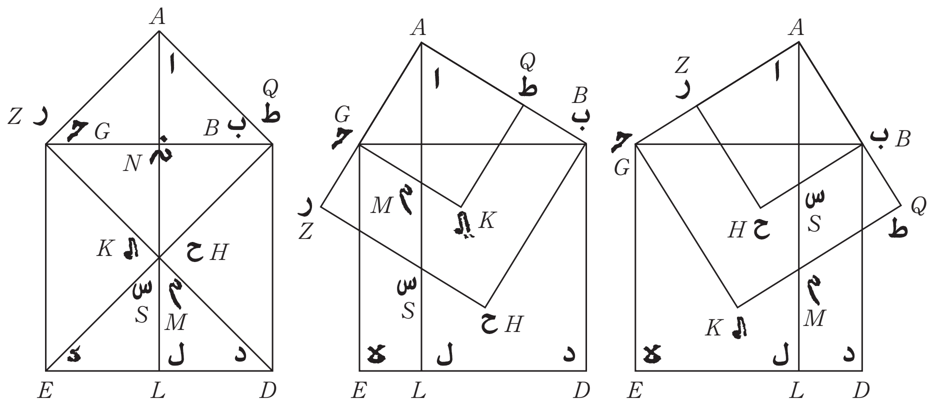
3）http://math.arizona.edu/~hermi/tusi.html

4）E・マオール　伊理訳『ピタゴラスの定理』岩波書店　2008.　絵２と97ページの写本

5）『原論』に与えられた図において直角に張る弦を斜辺と呼ぶには違和感がある。マオール前掲著 p.

あるか，三角形 ABG に重なるかである。この二つの仮定（taqdīr）によると，２つの正方形 AH と AK が（ともに）三角形 ABG と重ならないのか重なるのか，あるいは正方形 AH が重なり，かつ正方形 AK が重ならないのか，あるいはその逆かである。これら８つ（の分類）がある。１番目に関して，我々は既に証明した。それには２つの辺 AB と AG とが互いに等しいか，（一方が）小さいか，大きいかによって三つの場合（waḍaʻ）がある。これは明らかである。

図２



２番目に関しては辺 AZ が辺 AG に等しいか，より大きいか，より小さいかである。よって点 Z が点 G に重なるのか，あるいは２つの点 A，G より外にあるのかあるいはその間にある。２つの辺 AQ と AB と点 Q についても同様に我々は言う。３つの図において２点 DH，EK の各々を直線で結ぶ。角 ABH，GBD，AGK，BGE の各々は直角であるから３つの図において我々は角 GBH を２つの角 ABH，GBD から，また角 BGK を２つの角 AGK，BGE から引く（laqiya 第Ⅳ型）。すると角 HBD に等しい角 ABG と角 KGE に等しい角 AGB が残る。始めの２つ（の角）とあとの２つ（の角）を囲む辺は対称性によって互いに等しい。よって４番目の図により２つの角 BHD と GKE の各々は角 BAG に等しい。だからその各々は直角である。よって線 DHG は１直線であり（G は Z としなければならない。G と Z とが重なるのは１番目の場合だけ），線 QE も同様である。14番目の図による。線NLが２つの線 DZ と EQ を２つの点 M と S で切るとしよう。すると辺 AB は線 DZ と平行であり，辺 AG は線 EQ に平行である。28番目の図による。よって35番目の図（同一底辺の上にあり，同じ平行線の中にある同一方向の全ての平行四辺形は互いに等しい）により正方形 ABHG（ここでも G は Z としなければならない。G と Z とが重なるのは１番目の場合だけ）と面 BL の各々は面 AD（すなわち ABDM）に等しく，正方形 ABKG（B は Q としなければならない）と面 GL の各々は面 AE（すなわち AMEG）に等しい。

---

x によると斜辺を意味する hypotenuse という用語は「下に」,「低い所に」,「下って」を意味するギリシア語の hypo と「力をかけて張る」を意味する teinein から来ている。

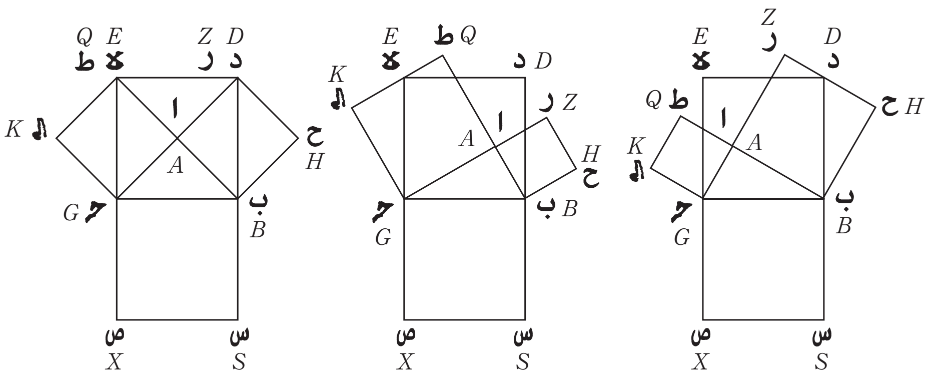
よって BG の平方は AB と AG の平方（の和）に等しい。そしてこれがその図である。

訳注

ここでテクストには図２のような３つの図が与えられている。２番目と３番目の図には書き込みをいれないといけない。すなわち２番目と３番目の図には直線 EK と直線 DH，点 N が描かれていない。また「線 NL が２つの線 DZ と EQ を２つの点 M と S で切る」とあるが線 NL は線 DZ と線 EQ と１点で交わる。点 M でも点 S のどちらでもいいが，証明には使われていない。かっこに入れた説明のための「図 ABDM」「図 AMEG」のためには２番目の図において点 M と点 S とを入れ換えなければならない。

ついでここでは３番目と４番目の分類，すなわち AB，AG 上の正方形のどちらか一方が外，もう一方が内とするものについての言及がない。２番目の分類の３つの場合と混同したのかもしれない。

図３



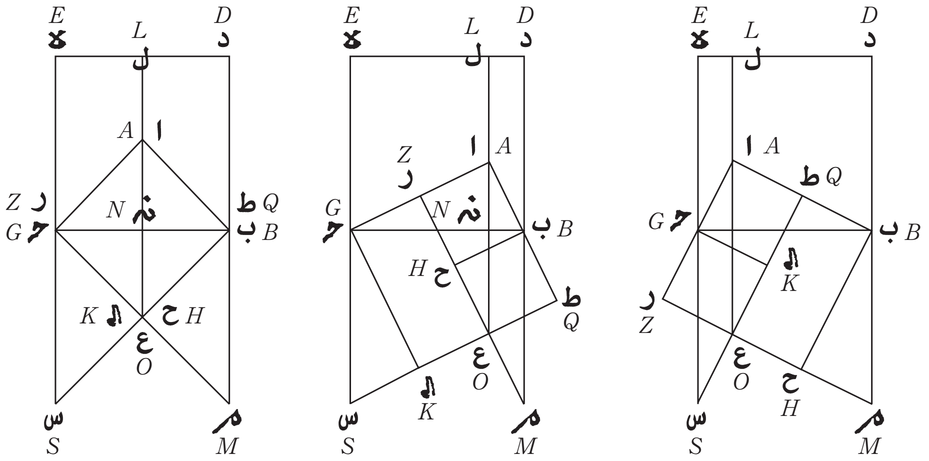
５番目の分類に関しては１番目の分類から明らかである。というのも線 BG の上に二つの方向とは違う方向に正方形 GBSX のような正方形を作ると正方形 DBGE は正方形 GBSX と等しくなり，２つの正方形 AH と AK は正方形 GBSX と等しくなる。よって正方形 DBGE は２つの正方形 AH と AK に等しい。よって議論は完了した。

訳注

このような説明では８種類に分類した意味がない。この場合どのように証明するかはサンスクリット版を参照。

６番目の分類に関して，我々は１番目の図（すなわち AG と AB の長さが等しい場合）で２つの辺 BH，GK を２つの点 M と S へと H，K の方向へと際限なく延ばす。そして２つの辺 DB と EG を２つの点 M と S へと延ばす。２つの角 GBM と BGS は２直角に等しい。13番目の図（直線の上に立てられた直線は線の両側に２つの直角か，あるいは（和が）

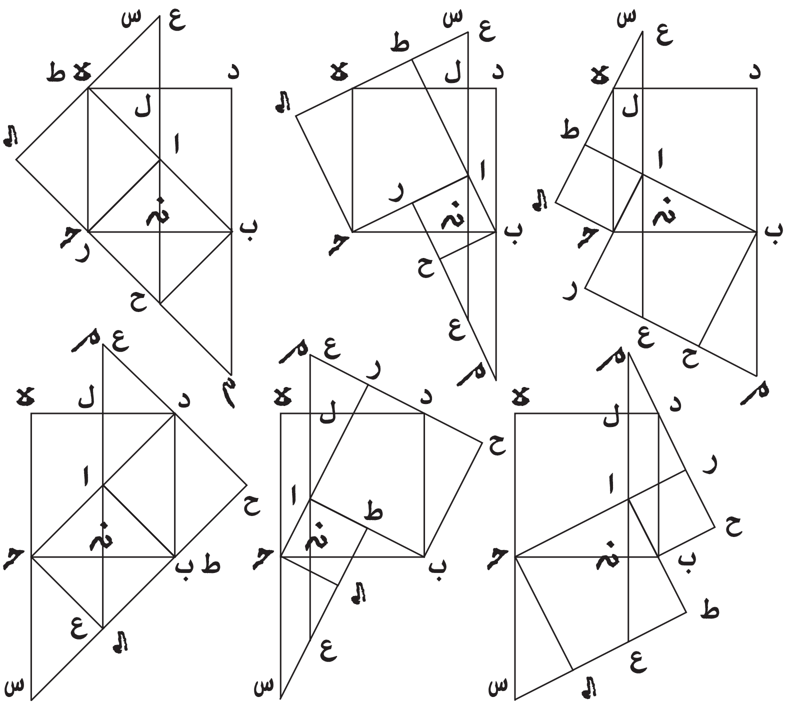
図4



2直角に等しい2つの角を作る。）による。よって2つの角 GBM と BGH は2直角より小さく，また2角 BGS と GBS も2直角より小さい。よって線 DBM は線 GM と会い，線 EGS は線 BS と会う。よって2つは2つの点 M と S で会う。2つの点 H と N を直線で結ぶ。よって2つの角 AGB と AGB（ABG に訂正）は互いに等しい。5番目の図（二等辺三角形の底辺の上の角は互いに等しい。同様にその下の（2つの角）は2つの辺が底辺の下にまっすぐに延長されると（互いに等しくなる））による。また2つの角 ANB と ANG は互いに等しい。また辺 AN は共通である。よって辺 BN は辺 NG に等しい。26番目の図（ある三角形の2つの角と辺が他の三角形の2つの角と辺に等しいならば，残りの辺と残りの2つの角は対応するものに互いに等しく，三角形は三角形に（等しい））による。2つの辺 BN と NH は2つの辺 GN と NK とに各々対応するものに等しく，線 BH は線 GK に等しいので，よって角 BNH は角 GNK に等しくなる。8番目の図（2つの三角形の辺が対応する辺に各々等しければ，それら2つ（の三角形）は互いに等しく，対応する角も互いに等しい）による。2つの角 BNH と GNK の各々は直角である。よって線 LNH は直線である。14番目の図による。角 ABH，GBM，AGK，BGS の各々は直角だから，2つの角 GBH と BGK を引けば，角 ABG に等しい角 MBH が残る。角 SGK は角 AGB に等しく，角 ANB は角 ANG に等しい。それらの各々は直角であり，辺 AB は辺 BH に等しいので，辺 MB は辺 BG に等しい。26番目の図による。また辺 DB は辺 BG に等しいので，辺 DB は辺 BM に等しい。また同じことによって辺 EG が辺 GS に等しいことは明らかである。線 GHM は線 AB に平行だから正方形 ABHG は菱状形（šabīhu-al-muʻayyan）ABMH と等しい。35番目の図による。また面 DBNL は菱状形 ABMH と等しい。36番目の図（等しい底辺の上にあり，同じ方向にある平行線の中にある全ての平行四辺形は互いに等しい）による。よって正方形 ABHG は面 DBNL に等しい。同じことにより正方形 AZKB が面 EGNL に等しいことは明らかである。よって正方形 DBGE は2つの正方形 AQHG，AZKB（の和）に等しい。

２番目の図において，辺 NH（N を Z に訂正）を H の方向に際限無く引き，辺 DB を B の方向に辺 ZM と会うように引く。２つの角 BHM と HBM は２直角より小さいので点 M で会う。LN を N の方向に辺 ZM と点 O で会うように引く。２つの角 DBG と HBQ の各々は直角であり，そして角 DBA は角 QBM に等しい。15番目の図（互いに切る２つの直線に生じる４つの角のうち向かい合う２つの角は互いに等しい。そして生じる４つの角（の和）は４直角に等しい）による。よって角 GBA に等しい角 MBH が残る。そして角 BAG は角 BHM に等しい。２つ（の角）の各々が直角であり，辺 BA が辺 BH に等しいので辺 MB は辺 BG に等しい。また辺 BD は辺 BG に等しい。よって辺 DB は辺 BM に等しい。線 ZM は線 AB に平行だから，正方形 ABHZ は菱状形 ABMO に等しい。面 LDBN は菱状形 ABMO に等しいので正方形 ABHZ は面 LDBN に等しい。また辺 EG を G の方向に際限無く引き，辺 QK を辺 EG と点 S で会うように引く。２つの角 AGK と BGS の各々は直角だから，それらから角 BGK を引くと角 KGS に等しい角 AGB が残る。また角 BAG は角 SKG に等しい。両者の各々は直角であり，辺 AG は辺 GK に等しい。よって辺 BG は辺 GS に等しい。26番目の図による。よって線 EG は線 GS に等しい。よって正方形 AQKG は菱状形 AOSG に等しい。35番目の図による。また面 LNGE は菱状形 AOSG に等しい。36番目の命題による。よって正方形 DBGE は２つの正方形 ABHZ と AQKG と（の和）に等しい。同じことにより３番目の図においても明らかである。よって議論は完了した。

図５



7番目と8番目の分類に関しては5番目と6番目から明らかである。そしてこれらがその図である。

訳注

6番目の場合については1番目のABとAGが等しい場合を詳しく論じている。「2つの角GBMとBGSは2直角に等しい」ことの根拠は命題13ではない。

また7番目の場合，すなわちBG上の正方形は内，AB上の正方形は外，AB上の正方形は内にある場合，および8番目のBG上の正方形は内，AG上の正方形は内，AB上の正方形は外にある場合は図5のような図を与えているのみで説明はない。以上で命題47に関する議論は終わっており，緻密な議論とは言えない。もともとのトゥースィーの議論と比較するためにサンスクリット訳をみてみよう。

第2章 サンスクリット訳からの翻訳

インド数学には角の概念はない。したがって角（かく）を意味する用語はない。サンスクリット数学・天文学書では三角形を3つ（tri）の辺（bhuja）を持つという tribhuja という語であらわした。三角形というより三辺形と訳す方がふさわしい。直角三角形を意味するのには「高貴な三辺形」を意味する jātyatribhuja をいう語を使っていた。この章で扱うサンスクリット訳では英語の corner（すみ）と同じ意味の koṇa というサンスクリット用語を用いてsamakoṇa（英語の right angle と同じ）という用語で直角を意味し，先ほどの tribhuja とをあわせて samakoṇatribhuja いう用語を用いている。正方形については演算で自乗を意味する varga という用語を用いていたが，サンスクリット訳では直角の等しい四辺を持つ四辺形 samakoṇa-samacaturbhuja-caturbhuja という用語を用いている。

このサンスクリット訳ではアラビア語版のように8つではなく4つの分類を論じている。1番目は3つの正方形が直角三角形の外側にある場合。2番目は斜辺の上の正方形は外，辺の上の正方形は内にある場合。3番目は斜辺の上の正方形は三角形の上，辺の上の正方形は三角形の外，4番目は斜辺の上の正方形も辺の上の正方形も三角形の上にある場合である。1番目の場合は直角を囲む二つの辺の上の正方形は2つとも描いているが，あとの3つの場合は2つの辺のうち1つの辺の上の正方形のみを説明している。また本文中には応用した命題番号は書いていない。

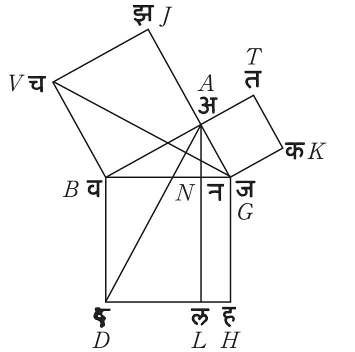
翻訳

直角三辺形の耳（斜辺）の平方は二つの辺の平方の和に等しい。

三辺形ABGにおいて，Aが直角である。耳BGの平方は2つの辺BA，AGの平方の和に等しい。

ここで証明（upapatti）。3つの辺によって直角で等しい4つの辺をもつ3つの四辺形を作るべし。それらはどんな四辺形か？ 1つはBDHG，2つ目はBVJA，3番目はATKGである。（角）BAJとBAGの2つは直角である。このときJAGは一直線である。同様にBATも一直線である。点Aから線BDに平行に（samānāntara）線ALが引かれる。この

図 6



線は三辺形のなかに落ちるだろう。なぜか？　角 DBA は直角より大きい。このとき角 BAL は角 BAG より小さい。よってこの線は線 BG と点 N で交わるだろう。この線は四辺形 BH を 2 つの四辺形 BL と GL に分割する。それから線 VG と線 AD が結ばれる。三辺形 VGB と三辺形 BAD において線 VB，線 BG，角 VBG は（それぞれ）線 AB，線 BD，角 ABD に等しい。よってこれら 2 つの三辺形は（たがいに）等しい。三辺形 VGB は四辺形 JB の半分である。この方法によれば三辺形 BAD は四辺形 BL の半分である。このとき四辺形 JB は四辺形 BL に等しい。同様に四辺形 TG は四辺形 GL に等しい。このとき BG の平方は 2 つの辺 BA と AG の平方の和に等しい。これが我々の望むものであった。

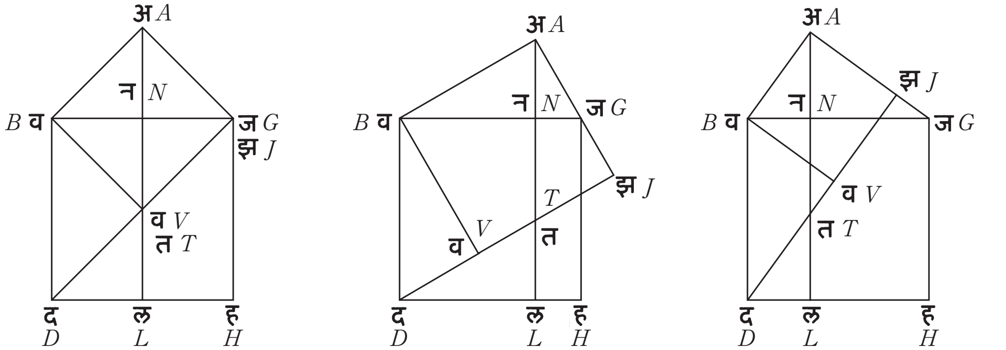
訳注

アラビア語版と大きな差異はないが，VB と JAG とが平行であることの言及がない。また与えられた図では直線 BK と AH は引かれていない。

以下の説明ではアラビア語版にあったような場合分けの説明はない。2 番目から 4 番目は平行四辺形が正方形と長方形とに面積が等しいことを利用する。

別の方法によって述べた。

図 7



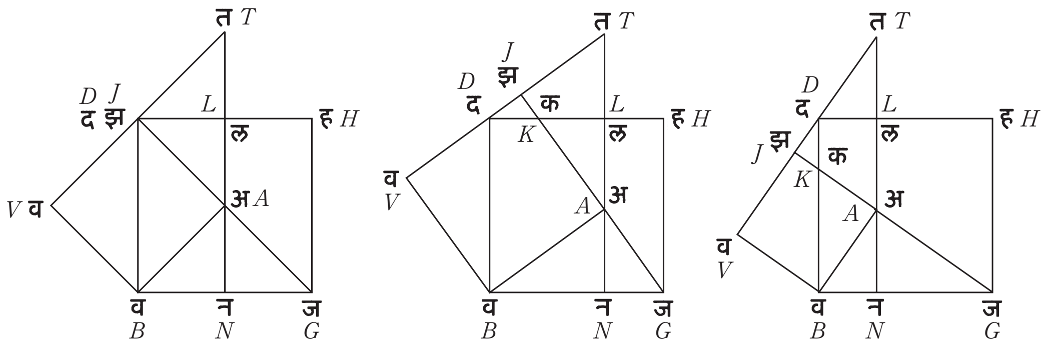
ここで三辺形と耳（斜辺）の四辺形は前に作られたのと同じであり，線 AL もそのようである。しかし BJ の形をした AB の四辺形（正方形）は三角形の上に置かれるべきである。よって辺 BA は辺 GA に等しいか，あるいはより大きいか，あるいはより小さいかである。このとき順に点 J は点 G に落ちるか，あるいは線 AG の外に落ちるか，あるいは線 AG に落ちるかだろう。線 DV が結ばれる。このとき角 ABV と角 GBD は直角である。そして角 GBV が 2 つの直角から引かれる。このとき残りの角 ABG と角 VBD は互いに等しい。また AB は BV に等しく，BG は BD に等しい。角 ABG と角 VBD は互いに等しい。また，角 BVD は直角 BAG に等しくなる。このとき線 DVJ は一直線になり，線 AB と平行になる。これ（線 DVJ）は線 AL と点 T で交わる。角 NAG は角 GVA に等しい。また AJV は直角である。このとき AB が AG に等しければ点 T は点 V にあるし，DTG は一直線になるだろう。そうでなければ点 T は点 V にはなく，他の点にあるだろう。AB が AG より大きければ点 T は線 JV の上にあるだろう。あるいは（AB が AG より小さければ）線 JV の外に落ちるだろう。このように 3 つの図においても図形 BAJV と図形 BATD は等しい。同様に図形 BATD は図形 BNLD に等しく，このとき図形 BAJV は図形 BNLD に等しいだろう。またこの方法によって辺 AG の四辺形は四辺形 GL に等しい。

訳注

アラビア語版の 2 番目と同じである。「線 AL もそのようである」とは線 AL が線 BD に平行であることであり，以下の 3 つの場合は前提とされている。「角 ABG と角 VBD は互いに等しい」が繰り返されている。後の方は「三角形 ABG と三角形 VBD は互いに等しい。」とすべきだろう。「角 NAG は角 GVA に等しい」のは線 BA が線 AG に等しい場合のみに言えることである。

また他の方法で述べた。

図 8



ここで耳（直角三角形の斜辺）の四辺形は三辺形の上に落ちるべきである。辺 AB の正方形は三角形の外側に落ちるべきである。線 GA が引かれ，それは AB と AG とが等しけ

れば点 D で交わる。あるいは AB が AG より大きければ，線 GA は線 DH において点 K で交わる。あるいは AB が AG より小さければ線 DB において点 K で交わる。

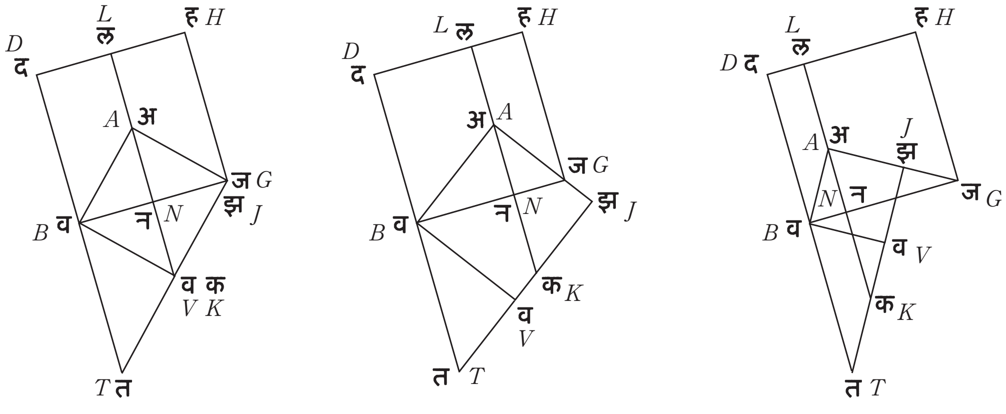
３つの場合も同様に AB の上に垂線 BV が引かれる。点 D から VB の上に垂線 DV が立てられる。さらに線 AK が線 DV と点 J で交わるように立てられる。三辺形 DVB，三辺形 ABG において辺 DB は辺 BG に等しい。角 V は角 A に等しい。角 DBV は角 GBA に等しい。このとき２つの辺 AB と BV は等しい。図形 ABJV は辺 AB に対する正方形になり，三辺形の外側に落ちるだろう。さらに線 VD が線 AL と点 T で交わるように延長される。このとき図形 DBAT は正方形 ABVJ に等しい。また図形 DBAT は図形 DBNL に等しい。このとき辺 AB の正方形は図形 DBNL に等しい。

訳注

アラビア語版の５番目と同じであるが，アラビア語版が証明を省略しているのに対し証明を与えている。この場合の特徴は直角三角形の直角を囲む辺の上に正方形を作図するのではなく，四辺形 ABVJ が AB の上の正方形になることである。角 DBV は角 GBA に等しいことの理由，線 BA と線 VT とが平行であることなどの言及が欠けている。

別の方法による証明

図９



辺 AB の正方形は三辺形の上にあるべきである。このとき２つの辺が等しければ点 J は点 G にあるだろう。あるいは AB が AG より大きければ辺 AG の外に落ちるだろう。あるいは AB が AG より小さければ AG の上にあるだろう。角 NAG は角 GBA に等しい。よって線 AN は辺 JV において点 K で交わるように引かれるだろう。このとき AB が AG に等しければ点 K は点 V にあるだろう。あるいは AB が AG より大きければ JV の上に落ちるだろう。あるいは AB が AG より小さければ JV の外に落ちるだろう。よって線 DB と線 JK は点 T で交わるようになる。

このように三辺形 ABG と三辺形 AKJ において辺 AB と角 BAG と角 ABG は（それぞれ）

辺 AJ と角 AJK と角 JAK とに等しい。このとき AK は BG に等しくなる。BT は DB と AK とに等しくなる。図形 AT と図形 DN とはたがいに等しい。正方形 ABVJ にも等しい。このとき図形 DN は辺 AB の正方形に等しい。

この方法によって辺 AG の正方形は四辺形 GL に等しい。さらに辺 AG の正方形は三辺形 ABG の上にあるべきか，三辺形 ABG の外にあるべきかである。これがわれわれが望むものであった。

訳注

これはアラビア語テクストの6番目の場合と同じであるが，証明法は少し異なる。また三辺形 BTV の言及が欠けている。

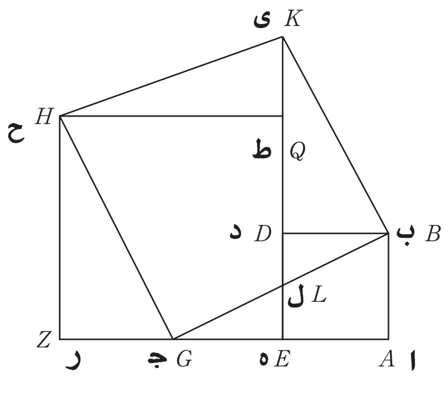
これまでの証明方法は斜辺上の正方形を二つの長方形に分割して，それぞれが直角を囲む二つの辺の上の正方形と面積が等しいことを利用していた。サンスクリットテクストはつづいて正方形を分割しないで証明する仕方をいくつかあげている。これに対する翻訳や解説はアル＝トゥースィーの『ユークリッド原論編述』の写本を入手した後にしたい。基礎となるアイデアはアル＝ナイリーズィーによってサービト・イブン・クッラに帰されている証明と同じなので，それを追加したい。

3章　サービト・イブン・クッラよる別証明

ここでの底本としたアラビア語註釈は Bello が英訳で用いたものとは異なる[6)]。アル＝ナイリーズィーはヘロンによるピュタゴラスの定理の別証明のあと，増加（ziyāda）としてやサービト・イブン・クッラよる証明を論じている[7)]。

翻訳

図10



6）Lo Bello, Anthony, *The commentary of al-Nayrizi on Book I of Euclid's Elements of Geometry with an Introduction on the Transmission of Euclid's Elements in the Middle Ages.* Brill, Leiden 2003.

7）Heath, Thomas. *The thirteen Books of Euclid's Elements.* Dover, New York. 1956 pp. 364–365 参照。

われわれは線 AB の上に正方形 AD を作る。線 AG を点 Z まで引く。線 EZ を線 AG に等しいとせよ。そして線 EZ 上に正方形 EH を作る。DQK を AG に等しく引く。AG は EZ に等しく引かれたから共通の EG を引くと GZ に等しい AE が残る。しかし AE は AB に等しい。よって線 AB は線 GZ に等しい。また EQ に等しく DK を引く。共通の DQ を引く（laqiya 第Ⅳ型）と QK に等しい ED が残る。また線 ED は線 AB に等しい。よって４つの三角形の４つの辺，すなわち AB，GZ，BD，QK は互いに等しい。同じようにしてわれわれは残る４つの辺，すなわち AG，ZH，DK，QH が互いに等しいことを証明する。AG は EZ に等しく，EZ は QH に等しく引かれ，EH は正方形だから，よって線 AG は線 QH に等しい。また線 DK は線 AG に等しく引かれ，線 ZH は EZ に等しいことが明らかであり，線 EZ は線 AG に等しく引かれたので，線 AG，ZH，DK，HQ も互いに等しいことが明らかであり，４つの三角形の角，すなわち A，Z，D，Q が直角であることが明らかだから証明４（命題４）により等しい角，すなわち直角に張る弦は互いに等しい。よって弦 BG，GH，BK，HK は互いに等しい。三角形 KBD の角 DBK は三角形 ABG の角 ABG に等しい。角 LBD を共通にする。よって全体の角 ABD は角 GBK に等しい。しかし角 ABD は直角である。よって角 GBK は直角である。同じように角 GHK は直角である。よって面 BH は互いに等しい辺をもつ。よって２つの角 BKH，BGH のいずれも直角である。よって面 BH は互いに等しい辺と直角をもつ（すなわち正方形となる）。われわれは４つの三角形が互いに等しいことを証明した。２つの三角形 ABG と GZH は２つの三角形 BDK と QKH に等しい。不等辺四辺形（munharif）GLQH と三角形 BDL を共通にすると正方形全体 BH は二つの正方形 AD と EH の和に等しい。しかし正方形 AD は３番目にある。３番目の辺に張る角は直角である。これが我々が証明したいことであった。

訳注

AD を３番目とする理由は不明であり，Bello が底本とするのにはないと思われる。この証明の特徴は正方形の一つが直角三角形の上にあることと，作図をしていくと斜辺の上の四辺形が正方形となることである。

この図を用いてかつて私が論じたインド数学における証明方法を説明しよう[8)]。直角三角形 ABG が与えられたとき直角を囲む２つの辺に等しい長さの辺の正方形 ABDE と QEZH とを AZ が一直線になるように作る。直線 AZ 上に AB の長さに等しくなるように Z から G をとり，HG と BG を結ぶ。三角形 HGZ を切り離して時計回りに回転させる。また三角形 ABG を切り離し反時計回りに回転させると正方形 BGHK ができるというものである。これを紹介したときフランスの CNRS の Chemula さんから中国でも同様の考えがあることを教えていただいた[9)]。

8）Kusuba, Takanori ‘Geometrical Demonstrations in Sanskrit Texts’ *Kayd Studies in History of Mathematics, Astronomy and Astrology in Memory of David Pingree.* Rome. 2009

9）Chemula, Karine ‘Geometrical Figures and Generality in ancient China and Beyond: Liu Hui and Zhao Shuang, Plato and Thabit ibn Qurra’, *Science in Context* 18（1）pp. 123-166, 2005

アラビア語テクスト
Evclidis Elementorvm Geometricorvm Libri Tredecim. Ex additione Doctissimi Nasiridini Tvsini. Nunc primum Arabice impresi. Rome 1594
アラビア語ラテン語テクスト
Euclidis Elementa ex Interpretatione al-Hadschdschadschii cum Commentariis al-Nairizii. Arabice et Latine ediderunt notisque instruxerunt R.O. Besthorn et J.L. Heiberg. Codex Leidensis 3991. 1893.
サンスクリットテクスト
Rekhāgaṇita edited by H. Dhruva and K. Trivedin as Bombay SS 61-62, 2 vols. 1901-1902.

追記
本論文の原稿を基に日本科学史学会第57回年会（東京海洋大学）で５月29日同名のタイトルで発表した。