

〔研究ノート〕

公共財と消費の不平等

林 由 子*

1. は じ め に

政府の重要な役割の一つに、家計の効用を高めるために行われる公共財や公共サービスの提供があげられるであろう¹⁾。こうした政府によってもたらされる公共財による家計の分布・不平等への影響を分析したものに、Caselli and Ventura (2000) の研究がある。この研究は、効用関数が公共財に依存する場合に、どのように公共財が消費の分布の変動に影響を与えうるのかを分析する方法を提示した。この研究において得られた結論は、消費の分布は、公共財と私的財の限界代替率に依存して収束するというものである。この結果は、各消費者が異なる限界代替率を持つことに依存したものである。これは、効用関数において、公共財と私的財の加法分離性を仮定することによって、個々人の公共財と私的財の代替性が外正的に異なるという個々人間の異質性を導入したモデルを提示しているといえる。つまり、個々人間の公共財への選好の度合いが異なると仮定した場合に、どのように消費の分布が収束するのかを示した研究である。また、Amano and Wijanto (1998) は、私的財と公共財の選好における非分離性の重要性を強調している。

そこで本稿では、公共財と私的財の代替性がそれぞれの財の消費量に依存する Amano and Wijanto (1998) の効用関数の定式化である、入れ子型 CES 効用関数 (Nested Constant Elasticity of Substitution utility function) に基づいて、Caselli and Ventura (2000) が行った消費の分布の動きについて分析を行っていく。

2. モ デ ル

ここでは、十分に多くの消費者が存在する社会における、家計 a と家計 b の二つの家計の相対比率がどのように変化するかについて考察を行う。それゆえ、一個人の行動は、社会全体に影響をもたらさないと仮定する。

今、 c_j , y_j , a_j は、それぞれ、家計 j の消費、税引き後所得、そして資産保有量を表すとする。また g は、この社会における公共財の供給量を示す。すべての財は実質値であらわすものとする。

* 小稿を故土井乙平先生に捧げます。

1) 例えば Bailey (1971), Barro (1981) and Karras (1997)。

家計の効用関数には, Amano and Wijanto (1998) と同様に, 公共財と私的財の加法分離性を課さない, 以下の(1)式のような入れ子型 CES 効用関数を仮定する。

$$u(c_j, g) = \frac{[c_j^{1-\theta} + g^{*1-\theta}]^{\frac{1-\sigma}{1-\theta}}}{1-\sigma} \quad (\sigma > 0, \theta > 0) \quad (1)$$

ここで $g^* = \kappa g$ であり, κ は公共財と私的財との調整パラメータである。またパラメータ $1/\sigma$ および $1/\theta$ は, それぞれ, 総消費 $C (= [c_j^{1-\theta} + g^{*1-\theta}]^{\frac{1}{1-\theta}})$ の異時点間の代替の弾力性と公共財と私的財の同時点間の代替の弾力性を表す。

(1)式の入れ子型 CES 効用関数の下で, t 期の家計 j の限界代替率 β_{jt} は, 以下の(2)式のように定義される。

$$\beta_{jt} = \frac{u'_g}{u'_c} = \kappa^{1-\theta} \left(\frac{g_t}{c_{jt}} \right)^{-\theta} = \kappa \left(\frac{g_t^*}{c_{jt}} \right)^{-\theta} \quad (2)$$

それゆえ, ここでの限界代替率は, 公共消費と私的消費の比率に依存して決定される。つまり, 相対的に多くの私的財の消費を行う消費者ほど, 大きな限界代替率を持つこととなるのである。

家計 j の最大化問題は, 以下の通りである。

$$\max \int_{t=0}^{\infty} \frac{[c_{jt}^{1-\theta} + g_t^{*1-\theta}]^{\frac{1-\sigma}{1-\theta}}}{1-\sigma} e^{-\rho t} dt \quad (3)$$

$$\text{s.t.} \quad \dot{a}_{jt} = r a_{jt} + y_{jt} - c_{jt} \quad (4)$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e^{-\rho t} a_{jt} = 0 \quad (5)$$

ここで, ρ は, 時間割引率を, r は, 実質利子率を表す。この最大化問題の一階の条件を(2)式を用いて整理することで, 以下の(6)式が得られる。

$$\dot{c}_{jt} = D_t \frac{r-\rho}{\theta} \left(c_{jt} + \frac{\beta_{jt}}{\kappa} g_t^* \right) + D_t \frac{\theta-\sigma}{\kappa^\theta \theta} \frac{\beta_{jt}}{\kappa} \dot{g}_t^* \quad (6)$$

$$\text{ここで } D_t^{-1} = 1 + \frac{\beta_{jt}}{\kappa} \frac{g_t^*}{c_{jt}} - \frac{\theta-\sigma}{\theta} \text{ である。}$$

いま, 二つの家計 a と b を考える。それぞれの t 期の限界代替率を β_{at} と β_{bt} とすると, 以下の(7)式および(8)式が得られる。

$$\dot{c}_{at} = A_t \frac{r-\rho}{\theta} \left(c_{at} + \frac{\beta_{at}}{\kappa} g_t^* \right) + A_t \frac{\theta-\sigma}{\kappa^\theta \theta} \frac{\beta_{at}}{\kappa} \dot{g}_t^* \quad (7)$$

$$\text{ここで } A_t^{-1} = 1 + \frac{\beta_{at}}{\kappa} \frac{g_t^*}{c_{at}} - \frac{\theta-\sigma}{\theta} \text{ である。}$$

$$\dot{c}_{bt} = B_t \frac{r-\rho}{\theta} \left(c_{bt} + \frac{\beta_{bt}}{\kappa} g_t^* \right) + B_t \frac{\theta-\sigma}{\kappa^\theta \theta} \frac{\beta_{bt}}{\kappa} \dot{g}_t^* \quad (8)$$

$$\text{ここで } B_t^{-1} = 1 + \frac{\beta_{bt}}{\kappa} \frac{g_t^*}{c_{bt}} - \frac{\theta-\sigma}{\theta} \text{ である。}$$

この二つの家計の相対消費 $c^r = c_a/c_b$ を考える。この相対消費の成長率について, 以下

の(9)式が成立する。

$$\dot{c}^r = \frac{\dot{c}_a}{c_b} - c^r \frac{\dot{c}_b}{c_b} \quad (9)$$

(7)式と(8)式を(9)式に代入することで、以下の(10)式の相対消費の動きを得ることができる。

$$\dot{c}_t^r = \left(A_t \frac{\beta_{at}}{\kappa} - B_t \frac{\beta_{bt}}{\kappa} c_t^r \right) \left(\frac{g_t^*}{c_{bt}} \right) \left(\frac{r-\rho}{\theta} + \frac{\theta-\sigma}{\kappa^\theta \theta} \frac{\dot{g}_t^*}{g_t^*} \right) + (A_t - B_t) \frac{r-\rho}{\theta} c_t^r \quad (10)$$

(10)式より以下の命題が導かれる。

命題：もし $\left(\frac{r-\rho}{\theta} + \frac{\theta-\sigma}{\kappa^\theta \theta} \frac{\dot{g}_t^*}{g_t^*} \right) < 0$ が成立するならば、相対消費は、 $\theta < 1$ ($\theta > 1$)、
のとき、縮小し (拡大し)、格差は狭まる (広がる)。

上記の命題の証明は以下の通りである。

[i] $(A-B)$ と $\left(A_t \frac{\beta_{at}}{\kappa} - B_t \frac{\beta_{bt}}{\kappa} c_t^r \right)$ の符号条件は、相対消費 c^r と $\frac{\beta_a}{\beta_b}$ の大小関係によって決定される。

(i . 1)

$$(A-B) = \frac{1}{1 + \frac{\beta_{at}}{\kappa c_t^r} \frac{g_t^*}{c_{at}} - \frac{\theta-\sigma}{\theta}} - \frac{1}{1 + \frac{\beta_{bt}}{\kappa} \frac{g_t^*}{c_{bt}} - \frac{\theta-\sigma}{\theta}}$$

それゆえ、 $c^r > 0$, $\frac{\beta_a}{\beta_b} > 0$ であることから、もし $\frac{\beta_{at}}{\kappa c_t^r} \frac{g_t^*}{c_{at}} > \frac{\beta_{bt}}{\kappa} \frac{g_t^*}{c_{bt}} \Leftrightarrow \frac{\beta_{at}}{\beta_{bt}} > c_t^r$ が成立するならば、 $(A-B) < 0$ となる。

(i . 2)

$$\left(A_t \frac{\beta_{at}}{\kappa} - B_t \frac{\beta_{bt}}{\kappa} c_t^r \right) = \frac{1}{\kappa \left(\frac{1}{\beta_{at}} + \frac{g_t^*}{\kappa c_{at}} - \frac{\theta-\sigma}{\beta_{at} \theta} \right)} - \frac{1}{\kappa \left(\frac{1}{\beta_{bt} c_{bt}^r} + \frac{g_t^*}{\kappa c_{at}} - \frac{\theta-\sigma}{\beta_{bt} c_t^r \theta} \right)}$$

それゆえ、もし $\frac{1}{\beta_{at}} < \frac{1}{\beta_{bt} c_t^r} \Leftrightarrow \frac{\beta_{at}}{\beta_{bt}} > c_t^r$ が成立するならば、 $\left(A_t \frac{\beta_{at}}{\kappa} - B_t \frac{\beta_{bt}}{\kappa} c_t^r \right) > 0$ となる。

[ii] (2)式の限界代替率の定義に従えば、次式のような相対消費 c^r と $\frac{\beta_a}{\beta_b}$ の関係が得られる。

$$c^r = \left(\frac{\beta_a}{\beta_b} \right)^{\frac{1}{\theta}}$$

それゆえ $\theta < 1$ のとき、もし家計 a が家計 b よりも私的財を消費しているならば、相対消費 c^r は $\frac{\beta_a}{\beta_b}$ よりも大きくなる。一方で、 $\theta > 1$ のときには、相対消費 c^r は $\frac{\beta_a}{\beta_b}$ よりも小さくなる。□

(10)式より、相対消費 c^r は、 $\theta = \sigma$ つまり私的財と公共財が加法分離性を持つ場合には、一定である。しかし $\theta < \sigma$ 、つまり Edgeworth-Pareto の意味において、私的財と公共財が代替性を持つならば²⁾、 $\theta < 1$ のとき、二つの家計の格差は縮小するが、 $\theta > 1$ のときには、二つの家計の格差は拡大することが導かれた。

つまり、 $\theta < \sigma$ のとき、私的財と公共財は代替性を持つ。このとき、もし、公共財が1単位減少すると、ある家計において、私的財によって補われる大きさは、その家計のもつ公共財と私的財の限界代替率に依存する。いま $\theta > 1$ であるならば、もし公共財が1単位減少した場合、相対的に多くの私的財を消費している家計は、相対的に多くの私的財を増加する必要がある。

もし $\theta < 1$ であるならば、限界代替率の比率は、私的財の相対比率よりも小さくなる。それゆえ、公共財の増加によって、私的財の相対比率は縮小する。逆に、 $\theta > 1$ であるならば、限界代替率の比率は、私的財の相対比率よりも大きくなる。それゆえ、公共財の増加は、私的財の相対比率を拡大させることになるのである。

3. む す び

本稿では、公共財と私的財の非分離性によって、消費の不平等が拡大する可能性をしめした。ここでは、二つの家計の相対消費の動きから消費の不平等の分析を行った。

つまり、私的財と公共財が Edgeworth-Pareto の意味において代替財である際に、私的財と公共財の限界代替率が私的財の消費の格差にどのように影響を与えうるのかについて分析を行ったものである。ここでは、私的財と公共財の非分離性の効果を分析するために、入れ子型 CES 効用関数を用いた。この効用関数のもとでは、公共財と私的財が Edgeworth-Pareto の意味において代替財である場合、その社会における公共財の供給が、各個人を通して一定であるとき、公共財と私的財の限界代替率は、私的財の消費量が高いほど大きくなる。

その結果、同時点間の代替の弾力性が1よりも大きい場合、公共財と私的財の非分離性は、格差の縮小をもたらす。逆に、同時点間の代替の弾力性が1よりも小さい時には、格差の拡大をもたらすとの結果が得られた。

2) Edgeworth-Pareto の代替性には Piazzesi, Schneider and Tuzel (2007) が指摘するように、異時点間の効果も含まれる。

参 考 文 献

- Amano, A. R. and T. S. Wijanto, 1998, Government Expenditure and the Permanent Income Model, *Review of Economic Dynamics*, 1, 719-730.
- Barro, R. J., 1981, Output Effects of Government Purchases, *Journal of Political Economy*, 89, 1086-1121.
- Bailey, M. J., 1971, *National Income and the Price Level*, New York, McGraw-Hill.
- Caselli F. and J. Ventura, 2000, A Representative Consumer Theory of Distribution, *American Economics Review*, 90, 4, 909-926.
- Karras, G. 1997, On the Optimal Government Size in Europe: Theory and Empirical Evidence, *The Manchester School of Economics and Social Studies*, 65, 3, 280-294.
- Piazzesi, M. Schneider, M. and Tuzel, S. 2007, Housing, Consumption, and Asset Pricing, *Journal of Financial Economics*, 83, pp. 531-569.