二肢選択 CV における線形射影モデルの漸近有効推定

渡 邉 正 英

概要

浅野・渡邉[1]は，二肢選択 CV（contingent valuation）における平均 WTP（willingness to pay）の計測において，WTP の確率分布を特定化せずに，平均 WTP を一致推定可能な線形射影モデルを開発した。本稿ではこの線形射影モデルを拡張し，漸近的に有効な推定法を提示する。その方法は，提示額だけではなく，中心化した個人属性変数を加えて射影の張られる空間を形成するものである。個人属性変数を中心化することで線形射影モデルと同様に平均 WTP を推定することができ，かつ個人属性と支払選択に偏相関がある場合には，漸近的に有効な推定量が得られることが示される。

キーワード：二肢選択 CV，線形射影モデル，漸近有効性

1 はじめに

環境価値を貨幣評価する方法の一つに CVM（contingent valuation method）がある。CVM は，現実の経済活動から観測されるデータを用いる顕示選好法（revealed preference method）とは異なり，仮想的にある環境質変化が起こった状況を設定し，それに対する選好を表明させることで，環境価値を計測する表明選好法（stated preference method）の主要な方法の一つである。そのため，いかにして被験者の選好を引き出すかが極めて重要であり，選好を抽出する質問方式に関する数多くの研究が行われてきた。そうしたなかで，現在最も信頼性が高いとされる質問方式が二肢選択方式である。二肢選択方式では，ある仮想的な環境質変化が説明され，その環境質変化に対してある提示額（bid）が提示される。そして，その提示額を支払うか否かがアンケート調査で問われる。このような調査から得られたデータを元に平均 WTP（willingness to pay）を推定する数多くの計測モデルが開発されてきた。そのなかでも頻繁に用いられたきたのがパラメトリックモデルである。この二肢選択 CV におけるパラメトリックモデルでは，平均 WTP を推定するために，まず WTP（willingness to pay）の生存関数を最尤推定し，その推定された生存関数を積分するという方式をとる。例えば，代表的な Cameron［2］による確率支払意志額モデルでは，WTP を $WTP=exp(\boldsymbol{w\theta}+\eta)$ のように定式化（$\boldsymbol{w}$ は個人属性ベクトル，$\boldsymbol{\theta}$ はパラメータベクトル，η は確率誤差）し，η に何らかの確率分布を仮定することで最尤法によって WTP の生存関数を推定する。そして，推定された生存関数を WTP の support の範囲で積分することで平均 WTP を推定する。

このようなパラメトリックモデルの場合，WTP の関数型や確率誤差項の確率分布の特定化に過誤が生ずる危険性があり，平均 WTP を誤って推定してしまう可能性がある。浅野・渡邉[1]は発想を転換し，WTP の生存関数を推定せずに平均 WTP を導出する線形射影モデルを構築した。本稿は，この線形射影モデルを拡張し，より有効な平均 WTP 推定量を導出することを目的とする。

本稿の構成は以下のようである。まず第2節で線形射影モデルを振り返る。そして第3節でより有効な平均 WTP を推定可能なモデルを提案する。そして第4節で本稿の結果をまとめる。

2　線形射影モデル

まず，浅野・渡邉[1]の線形射影モデルを振り返る。ある環境質の向上に対する提示額を t とする。t が提示されたとき，回答者が「支払う」場合 $y=1$,「支払わない」場合 $y=0$ となる indicator function を定める。そして $[0, B]$ の範囲で分布する WTP の生存関数を $S(s)=Pr(WTP\geq s)$ とし，端点の値を $S(0)\equiv 1$, $S(B)\equiv 0$ と仮定する。このとき，y はその定義からベルヌーイ確率変数であるため，y の t に関する条件付き期待値は，$E(y|t)=Pr(y=1|t)$ である。また，提示額 t に対して $y=1$ であることは，$WTP\geq t$ と同値であるから，$Pr(y=1|t)=Pr(WTP\geq t)=S(t)$。したがって，

$$E(y|t)=S(t) \tag{1}$$

(1)式から平均 WTP は以下のように計算できる[1]。

$$E(WTP)=\int_0^B S(s)ds=\int_0^B E(y|s)ds \tag{2}$$

さて，次の y の $\boldsymbol{x}\equiv(1, t)$ の張る空間への線形射影 LP をとる[2]。

$$LP(y|\boldsymbol{x})=\boldsymbol{x\beta} \iff y=\boldsymbol{x\beta}+v,\ E(\boldsymbol{x}'v)=\boldsymbol{0} \tag{3}$$

ここで $\boldsymbol{\beta}\equiv(\beta_0, \beta_1)'$ は射影ベクトル，v は射影誤差であり，$f(t)$ は提示額 t の密度関数である。また，提示額 t は $[0, B]$ において一様連続分布し，その範囲で $f(t)=\dfrac{1}{B}\neq 0$ と仮定する[3][4]。(3)から，$E(y|t)=\boldsymbol{x\beta}+E(v|t)$ であり，$E(WTP)$ は次式で計算される[5]。

$$E(WTP)=\int_0^B \boldsymbol{s\beta}ds+\int_0^B E(v|s)\frac{1}{f(s)}f(s)ds=\int_0^B \boldsymbol{s\beta}ds=\boldsymbol{h\beta},$$

---

1) なおパラメトリックモデルやノンパラメトリックモデル（Kriström[5]），あるいはセミパラメトリックモデル（Chen and Randall[3]や Cooper[4]）では(2)式の生存関数 $S(s)$ を積分して平均 WTP を推定する。

2) 線形射影については Wooldridge[7] pp. 24-27 を参照のこと。

3) CV では提示額分布は完全に制御可能であるため，この提示額分布に関する仮定に問題はない。

4) 提示額分布に関する一様性の仮定を外した線形射影モデルに Watanabe and Asano[6]がある。

5) t が $[0, B]$ で連続一様分布に従い，かつ線形射影の定義から $\int_0^B E(v|s)\frac{1}{f(s)}f(s)ds=B\int_0^B E(v|s)f(s)ds=E(v)=0$。

$$\boldsymbol{h} \equiv \left(B, \frac{B^2}{2}\right) \tag{4}$$

ここで $\boldsymbol{\beta}$ は線形射影ベクトルであるので，y を $\boldsymbol{x}$ へ回帰する OLS（ordinary least squares）で一致推定できる[6)]。（4）式は連続であるので，この推定値 $\tilde{\boldsymbol{\beta}}$ を代入することで，$E(WTP)$ も次式のように一致推定できる。

$$\tilde{E}(WTP) = \boldsymbol{h}\tilde{\boldsymbol{\beta}} \tag{5}$$

3　漸近的に有効な平均 WTP 推定量

前節の線形射影モデルを拡張し，漸近的に有効な平均 WTP の推定量を導出する。まず z を中心化したその他の変数のスカラー[7)]，γ を対応するパラメータのスカラーと定義する。そして次の二つの線形射影を考える。

$$\begin{aligned} &LP_1(y|\boldsymbol{x}, z) = \boldsymbol{x\delta} + z\gamma \iff y = \boldsymbol{x\delta} + z\gamma + u,\ E(\boldsymbol{x}'u) = 0,\ E(zu) = 0 \\ &LP_2(y|\boldsymbol{x}) = \boldsymbol{x\beta} \iff y = \boldsymbol{x\beta} + v,\ E(\boldsymbol{x}'v) = 0, \end{aligned} \tag{6}$$

ここで $\gamma \neq 0$ を仮定する。さてこのとき，提示額は無作為に提示され $\boldsymbol{x}$ と z は独立であるため $E(\boldsymbol{x}'z) = 0$ となるから，$\boldsymbol{\delta} = E(\boldsymbol{x}'\boldsymbol{x})^{-1}E(\boldsymbol{x}y) = \boldsymbol{\beta}$ [8)]。したがって（6）式の線形射影 LP_1 は，

$$y = \boldsymbol{x\beta} + z\gamma + u,\ E(\boldsymbol{x}'u) = 0,\ E(zu) = 0 \tag{7}$$

と書き直すことができる。以上から，LP_2 の射影誤差は

$$v = z\gamma + u \tag{8}$$

と表すことができる。

また，線形射影 LP_1 をとったときの $S(t)$ は，

$$\begin{aligned} S(t) &= E(\boldsymbol{x\beta} + z\gamma + u|t) = \boldsymbol{x\beta} + E(z|t)\gamma + E(u|t) \\ &= \boldsymbol{x\beta} + E(z)\gamma + E(u|t)\ (by\ z \text{ と } t \text{ は独立}) \\ &= \boldsymbol{x\beta} + E(u|t)\ (by\ E(z) = 0) \end{aligned} \tag{9}$$

であるから，このときの $E(WTP)$ は前節と同様に以下のように計算できる。

$$E(WTP) = \boldsymbol{h\beta} \tag{10}$$

したがって，LP_2 を利用した場合の $E(WTP)$ と一致する。ここで，LP_1 の $\boldsymbol{\beta}$ の推定値を $\hat{\boldsymbol{\beta}}$, LP_2 の推定値を $\tilde{\boldsymbol{\beta}}$ と表す。このとき，それぞれの推定値に対応する平均 WTP の推定値 $\hat{E}(WTP)$, $\tilde{E}(WTP)$ の漸近分散 $Avar(\hat{E}(WTP))$, $Avar(\tilde{E}(WTP))$ は，

6）線形射影ベクトルであるから定義から $\boldsymbol{\beta} = E(\boldsymbol{x}'\boldsymbol{x})^{-1}E(\boldsymbol{x}'y)$。analog principle を適用するとこの推定量は $\tilde{\boldsymbol{\beta}} = (n^{-1}\sum\boldsymbol{x}'\boldsymbol{x})^{-1}(n^{-1}\sum\boldsymbol{x}'y)$。これは OLS 推定量である。

7）ここでは，簡単化のため，提示額以外の変数がスカラーのケースを考察するが，ベクトルの場合にも同様の結果が得られる。また，中心化した $z \equiv \tilde{z} - E(\tilde{z})$ を用いる（$\tilde{z}$ は元の変数）が，線形射影を考えているため，各変数の係数には経済学的な意味はなく中心化しても問題はない。

8）LP_1 の誤差モデルにおいて，$\boldsymbol{x}'$ を左からかけて期待値をとり，$E(\boldsymbol{x}'z) = 0$, $E(\boldsymbol{x}'u) = 0$ を使う。

$$Avar(\hat{E}(WTP))=\boldsymbol{h}'Avar(\hat{\boldsymbol{\beta}})\boldsymbol{h}$$
$$Avar(\tilde{E}(WTP))=\boldsymbol{h}'Avar(\tilde{\boldsymbol{\beta}})\boldsymbol{h} \tag{11}$$

である。したがって，$\hat{E}(WTP)$ と $\tilde{E}(WTP)$ の漸近有効性を調べるためには，$\hat{\boldsymbol{\beta}}$ と $\tilde{\boldsymbol{\beta}}$ の漸近有効性を比較すればよい。なお，$\hat{\boldsymbol{\beta}}$ が $\tilde{\boldsymbol{\beta}}$ よりも漸近的に有効であることを示すためには，$Avar\sqrt{N}(\tilde{\boldsymbol{\beta}}-\boldsymbol{\beta})-Avar\sqrt{N}(\hat{\boldsymbol{\beta}}-\boldsymbol{\beta})$ が正値定符号であることを示せばよいから，以下では $Avar\sqrt{N}(\tilde{\boldsymbol{\beta}}-\boldsymbol{\beta})-Avar\sqrt{N}(\hat{\boldsymbol{\beta}}-\boldsymbol{\beta})$ が正値定符号であることを証明する。

さて，射影ベクトル $\boldsymbol{\beta}$ の推定量は analog principle により $\left(N^{-1}\sum_{i=1}^{N}\boldsymbol{x}_i'\boldsymbol{x}_i\right)^{-1}\left(N^{-1}\sum_{i=1}^{N}\boldsymbol{x}_i'y_i\right)$ としたとき，LP_1 の定式化から以下が成立する。なお，N は標本数，i は標本の観測を表す。

$$\sqrt{N}(\hat{\boldsymbol{\beta}}-\boldsymbol{\beta})=\left(N^{-1}\sum_{i=1}^{N}\boldsymbol{x}_i'\boldsymbol{x}_i\right)^{-1}\left(N^{-\frac{1}{2}}\sum_{i=1}^{N}\boldsymbol{x}_i'u_i\right) \tag{12}$$

ここで $\boldsymbol{x}_i'u_i$ は独立同一分布に従い，それぞれの要素は有限の分散をもち，$E(\boldsymbol{x}'u)=0$ であるので，Lindeberg-Levy の中心極限定理から $N^{-\frac{1}{2}}\sum_i\boldsymbol{x}_i'u_i \longrightarrow_d Normal(0, E(u^2\boldsymbol{x}'\boldsymbol{x}))$ が成立する。したがって $N^{-\frac{1}{2}}\sum_i\boldsymbol{x}_i'u_i=O_p(1)$ である。また，$\boldsymbol{x}_i'\boldsymbol{x}_i$ は独立同一分布に従い，それぞれの要素は有限の期待値をもつため，Khinchin の大数法則から，$(N^{-1}\sum_i\boldsymbol{x}_i'\boldsymbol{x}_i)^{-1}-E(\boldsymbol{x}'\boldsymbol{x})^{-1}=o_p(1)$ である。したがって，

$$\sqrt{N}(\hat{\boldsymbol{\beta}}-\boldsymbol{\beta})=E(\boldsymbol{x}'\boldsymbol{x})^{-1}\left(N^{-\frac{1}{2}}\sum_{i=1}^{N}\boldsymbol{x}_i'u_i\right)+o_p(1) \tag{13}$$

となる。ここでは，$O_p(1)o_p(1)=o_p(1)$ を利用した。以上から，$Avar\sqrt{N}(\hat{\boldsymbol{\beta}}-\boldsymbol{\beta})$ は以下になる。

$$Avar\sqrt{N}(\hat{\boldsymbol{\beta}}-\boldsymbol{\beta})=E(\boldsymbol{x}'\boldsymbol{x})^{-1}E(u^2\boldsymbol{x}'\boldsymbol{x})E(\boldsymbol{x}'\boldsymbol{x})^{-1} \tag{14}$$

同様に，$\tilde{\boldsymbol{\beta}}$ に関しても次式が導出される。

$$Avar\sqrt{N}(\tilde{\boldsymbol{\beta}}-\boldsymbol{\beta})=E(\boldsymbol{x}'\boldsymbol{x})^{-1}E(v^2\boldsymbol{x}'\boldsymbol{x})E(\boldsymbol{x}'\boldsymbol{x})^{-1} \tag{15}$$

さて，

$$\begin{aligned} &Avar\sqrt{N}(\tilde{\boldsymbol{\beta}}-\boldsymbol{\beta})-Avar\sqrt{N}(\hat{\boldsymbol{\beta}}-\boldsymbol{\beta}) \\ &=E(\boldsymbol{x}'\boldsymbol{x})^{-1}(E(v^2\boldsymbol{x}'\boldsymbol{x})-E(u^2\boldsymbol{x}'\boldsymbol{x}))E(\boldsymbol{x}'\boldsymbol{x})^{-1} \end{aligned} \tag{16}$$

であり，$E(\boldsymbol{x}'\boldsymbol{x})^{-1}$ は非特異であるから，$E(v^2\boldsymbol{x}'\boldsymbol{x})-E(u^2\boldsymbol{x}'\boldsymbol{x})$ が正値定符号であることと，$Avar\sqrt{N}(\tilde{\boldsymbol{\beta}}-\boldsymbol{\beta})-Avar\sqrt{N}(\hat{\boldsymbol{\beta}}-\boldsymbol{\beta})$ が正値定符号であることは同値である。ここで，

$$\begin{aligned} E(u^2\boldsymbol{x}'\boldsymbol{x})&=E(E(u^2\boldsymbol{x}'\boldsymbol{x}|\boldsymbol{x}))=E(E(u^2|\boldsymbol{x})\boldsymbol{x}'\boldsymbol{x}) \\ E(v^2\boldsymbol{x}'\boldsymbol{x})&=E(E(v^2\boldsymbol{x}'\boldsymbol{x}|\boldsymbol{x}))=E(E(v^2|\boldsymbol{x})\boldsymbol{x}'\boldsymbol{x}) \\ &=E(\gamma^2E(z^2|\boldsymbol{x})\boldsymbol{x}'\boldsymbol{x}+2\gamma E(zu|\boldsymbol{x})\boldsymbol{x}'\boldsymbol{x}+E(u^2|\boldsymbol{x})\boldsymbol{x}'\boldsymbol{x}) \\ &=E(\gamma^2E(z^2)\boldsymbol{x}'\boldsymbol{x}+E(u^2|\boldsymbol{x})\boldsymbol{x}'\boldsymbol{x})\ (by\ E(zu)=0,\ \text{かつ}\ z\ \text{と}\ \boldsymbol{x}\ \text{は独立}) \end{aligned} \tag{17}$$

したがって，

$$E(v^2\boldsymbol{x}'\boldsymbol{x})-E(u^2\boldsymbol{x}'\boldsymbol{x})=\gamma^2E(z^2)E(\boldsymbol{x}'\boldsymbol{x}) \tag{18}$$

であり，$\gamma \neq 0$ かつ $E(z^2) \neq 0$ のとき，これは明らかに正値定符号である。

以上から，提示額に加え，支払選択に影響を与えかつ二次のモーメントが 0 ではない中心化された変数（$\gamma \neq 0$ かつ $E(z^2) \neq 0$）によって射影が張られる空間を形成することで，漸近的に有効な平均 WTP を推定可能となることが示された。

4　お　わ　り　に

本稿では，浅野・渡邉［1］の線形射影モデルを拡張し，漸近的に有効な平均 WTP 推定量を導出した。その方法は，提示額だけではなく，支払意志に影響を与える中心化した個人属性変数を加えて線形射影の張られる空間を形成するものである。個人属性を中心化することで浅野・渡邉［1］と同様の方法で平均 WTP を推定することができる。またその有効性は，中心化された変数 z と y の偏相関の度合 γ，z の分散 $E(z^2)$ に影響を受ける。より相関が強く分散の大きな変数を含めることで，より有効な平均 WTP 推定量を得ることが可能となる。

［謝辞］
本研究は科研費（19810024）の助成を受けたものである。

引　用　文　献

［1］ 浅野耕太・渡邉正英「二肢選択 CV における平均 WTP の一致推定」『農業経済研究』第76巻第３号，pp. 180–185, 2004.

［2］ Cameron, T., “New Paradigm for Valuing Non-Market Goods Using Referendum Data: Maximum Likelihood Estimation by Censored Logit Regression,” *Journal of Environmental Economics and Management*, Vol. 15, pp. 355–379, 1988.

［3］ Chen, H. Z. and A. Randall, “Semi-nonparametric estimation of binary response models with an application to natural resource valuation,” *Journal of Econometrics,* Vol. 76, pp. 323–340, 1997.

［4］ Cooper, J. C., “Flexible Functional Form Estimation of Willingness to Pay Using Dichotomous Choice Data,” *Journal of Environmental Economics and Management,* Vol. 43, pp. 267–279, 2002.

［5］ Kriström, B., “A Non-Parametric Approach to the Estimation of Welfare Measures in Discrete Response Valuation Studies,” *Land Economics,* Vol. 66, pp. 135–139, 1990.

［6］ Watanabe, M. and K. Asano, “Distribution Free Consistent Estimation of Mean WTP in Dichotomous Choice Contingent Valuation,” *Multi-level Environmental Governance for Sustainable Development Discussion Paper No. 07–03,* 2007.

［7］ Wooldridge, J. W., *Economic Analysis of Cross Section and Panel Data,* The MIT Press, 2002.