

公共財の自発的供給経済での安定集合

——拘束力のない合意に基づく事前交渉によるパレート効率的配分の実現について——

宮 川 敏 治

要旨

公共財の自発的供給が行われている状況に Greenberg (1990) が提示した「拘束力のない合意に基づく事前交渉」を導入することで、その経済のフォン・ノイマン－モルゲンシュテルン安定集合がどのような戦略の組となるかを考察する。対称でコブ・ダグラス型効用関数をもつ2人の個人が存在する経済を考える。個人単位で提案、反提案が行われる「個人による条件付き脅しシチュエーション」では、均等貢献配分と最適反応曲線上の配分を組み合わせたものが安定集合となり、提携単位での提案も許す「提携による条件付き脅しシチュエーション」ではパレート効率的な配分が安定集合となる。

キーワード：公共財の自発的供給モデル，ソーシャル・シチュエーション理論，フォン・ノイマン－モルゲンシュテルン安定集合

1 は じ め に

本稿では、公共財の自発的供給を考察する枠組みに、Greenberg (1990) で提示された拘束力のない合意に基づく事前交渉を考慮することで、どのような社会状況が安定的な状態として現れるかを考察する。ただし、考察する経済は、対称で、特定のコブ・ダグラス型効用関数をもつ2人の個人からなる経済のみに限定する。一般に、公共財の自発的供給モデルでは、プレイヤー間のコミュニケーションや交渉がまったく行われず、それぞれ独立に互いの合理性を共有知識として行動を決定した結果、同時に公共財の貢献度を決定する戦略形ゲームのナッシュ均衡が実現するとし、その均衡がもつ性質についての考察が行われる。公共財の自発的供給モデルでのナッシュ均衡では、各プレイヤーが他のプレイヤーの公共財の貢献にただ乗りすることで、公共財の供給水準が過少となり、パレート非効率的な資源配分が実現することが知られている。これまで、パレート改善をもたらすような協調的な状態を達成する仕組みとして、ゲームが何度も繰り返して行われ、長期的関係や評判が重要な役割を果たすことになる「繰り返しゲーム」や拘束力のある合意を形成するための「交渉ゲーム」が提示されてきた。ちなみに、公共財の自発的供給モデルを繰り返しゲームにすることでパレート効率的な配分が均衡戦略によって実現されることを示した研究として、Pecorino (1999) が挙げられる。一方、交渉を通じて拘束力をもつ制度を構築し、その結果、公共財経済においてパレート効率的な配分が実現することを示した研究として Okada and Sakakibara (1991) がある。

ここでは、公開の場で、各プレイヤーまたは提携によって提案、反提案の提示を通じてすすめられる交渉過程を考える。さらに、プレイヤーによる提案や合意についてはまったく拘束力がないとする。いわゆるインフォーマルなメカニズムを提示する「繰り返しゲーム」と明示的かつ拘束力をもつ契約を提示する「交渉ゲーム」の中間に位置するような交渉が行われた結果、「安定的」な状態としてプレイヤー間で納得される行動規範が何かを考察することになる。具体的には、同一の2人のプレイヤーからなる公共財の自発的供給モデルの下で、個人単位で提案が行える交渉と提携単位で提案が行える交渉のそれぞれで定義される行動（戦略）空間上の支配関係から得られるフォン・ノイマン－モルゲンシュテルン安定集合（vN-M 安定集合）を示す。結果として、個人単位で提案を行う交渉を想定したときには、均等貢献配分の一部と最適反応曲線上の配分の一部を組み合わせた戦略の集合が vN-M 安定集合となることが明らかとなる。なお、この安定集合には、ナッシュ均衡とパレート効率的な均等貢献配分が含まれている。また、提携単位で提案を行う交渉を想定した場合には、パレート効率的な資源配分に対応する戦略の組の集合が vN-M 安定集合となる。この結果は、クールノー複占市場において vN-M 安定集合を考察した Muto and Okada (1998) で得られた結果と非常に類似したものである。これは、クールノー競争モデルと公共財の自発的供給モデルの理論的な枠組みが非常に似ていることを示す一例とも言えるだろう。

以下、第2節では、公共財の自発的供給モデルを提示し、第3節では Greenberg がソーシャル・シチュエーション理論として提示した戦略形ゲームでの交渉状況の定式化を行うとともに解概念である vN-M 安定集合を定義する。第4節では、公共財の自発的供給モデルでの vN-M 安定集合を具体的に示す。第5節では、交渉領域の制限が安定集合にどのような影響を与えるかを考察する。第6節は、本稿での分析の問題点と今後の課題を挙げている。

2 モデル

2人の同一な個人からなる経済を考える。個人の集合を $N = \{1, 2\}$ で表す。各個人は所得 $\bar{m}$ の一部を純粋公共財の供給 (g_i) に向け、残りを民間財として消費 (x_i) するとする。単純化のため民間財の価格を1に基準化し、さらに、公共財1単位は民間財1単位から生産されると仮定する。各個人の予算制約式は $x_i + g_i \leq \bar{m}$ で表され、効用関数はコブ・ダグラス型効用関数 $u(x_i, g_1 + g_2) = (x_i)^\alpha (g_1 + g_2)^{1-\alpha}$ で表されるとする。

上記の公共財の自発的供給モデルは次の戦略形ゲーム G^N で表現できる。 $G^N = (N, \{A_i\}_{i \in N}, \{f_i\}_{i \in N})$ であり、 $N = \{1, 2\}$ はプレイヤーの集合、 A_i はプレイヤー i の行動（戦略）の集合であり、 $A_i = [0, \bar{m}]$ で与えられ、さらに、 f_i は利得関数であり、

$$f_i(g_1, g_2) = (\bar{m} - g_i)^\alpha (g_1 + g_2)^{1-\alpha}, \quad i = 1, 2$$

で与えられる。 $A_N = A_1 \times A_2$ とおく。以下では、図を使った説明を容易にするために $\alpha = 0.5$ に特定化して議論を進めることにする。

この戦略形ゲームのナッシュ均衡は

$$(g_1^*, g_2^*) = \left(\frac{1-\alpha}{1+\alpha} \bar{m}, \frac{1-\alpha}{1+\alpha} \bar{m} \right) = \left(\frac{\bar{m}}{3}, \frac{\bar{m}}{3} \right)$$

となる。ちなみに、コブ・ダグラス型効用関数での各プレイヤーの最適反応関数は、

$$g_1 = R_1(g_2) = (1-\alpha)\bar{m} - \alpha g_2, \quad g_2 = R_2(g_1) = (1-\alpha)\bar{m} - \alpha g_1$$

で与えられる。また、この経済でのパレート効率的な資源配分は集合

$$M = \{(g_1, g_2) \in A_1 \times A_2 \mid g_1 + g_2 = \bar{m}\}$$

で表される。

利得関数 f_i は以下の性質をもつことを指摘しておく。

- (a) 任意の $g_1 \in A_1$ に対して $f_1(g_1, \cdot)$ は g_2 に関する単調増加関数である。同様に、任意の $g_2 \in A_2$ に対して $f_2(\cdot, g_2)$ は g_1 に関する単調増加関数である。
- (b) 任意の $g_2 \in A_2$ に対して $f_1(\cdot, g_2)$ は、 $0 \leq g_1 < R_1(g_2)$ では g_1 に関する単調増加関数であり、 $R_1(g_2) = g_1$ において最大値をとり、 $R_1(g_2) < g_1 \leq \bar{m}$ において g_1 に関する単調減少関数となる。同様に、 f_2 についても、任意の $g_1 \in A_1$ に対して $f_2(g_1, \cdot)$ は、 $0 \leq g_2 < R_2(g_1)$ では g_2 に関する単調増加関数であり、 $R_2(g_1) = g_2$ において最大値をとり、 $R_2(g_1) < g_2 \leq \bar{m}$ において g_2 に関する単調減少関数となる。
- (c) $g_1, g'_1 \in A_1$ に対して $|g_1 - R_1(g_2)| = |g'_1 - R_1(g_2)|$ ならば、 $f_1(g_1, g_2) = f_1(g'_1, g_2)$ が成り立つ。同様にプレイヤー 2 についても、 $g_2, g'_2 \in A_2$ に対して $|g_2 - R_2(g_1)| = |g'_2 - R_2(g_1)|$ ならば、 $f_2(g_1, g_2) = f_2(g_1, g'_2)$ が成り立つ。

ただし、(c)は $\alpha=0.5$ を仮定したことで成立する性質である。

3 交渉過程と解概念

3.1 Greenberg の交渉過程

Greenberg (1990) は次のような交渉過程を考えた。まず、ある戦略の組 $\xi = (\xi_1, \xi_2) \in A_N$ がプレイヤーに提案されたとする。この提案をすべてのプレイヤーが受け入れれば、 ξ が採用されることになる。ただし、あるプレイヤー i がこの提案に反対する場合には、「他のすべてが ξ に従った行動をとるのであれば、自分は戦略 $\rho_i \in A_i$ をとる」と宣言するかたちで反対提案 $\xi = (\rho_i, \xi_{N \setminus \{i\}})$ を行わなければならないとする。そして、新しく提示された提案 ξ に対して合意ができなければ、その提案に反対するプレイヤーがみんなが提案に従うのであれば自分の戦略を変更するという「条件付きの脅し」型の提案を行うことになる。各段階でのプレイヤーの提案にはまったく拘束力がなく、以前行った提案を交渉の中で変更するというのも自由であり、全員が提案に合意するまで永遠に交渉を続ける可能性も許されている。

Greenberg (1990) は、個人単位で提案に反対することができる交渉過程を「個人による条件付き脅しシチュエーション」(Individual Contingent Threat Situations; ICT Situations) と呼び、さらに、 ξ から $\rho = (\rho_1, \rho_2)$, $\xi_i \neq \rho_i$, $i=1, 2$ への変更というような提携単位

で反対提案が提示できる交渉過程を「提携による条件付き脅しシチュエーション」(Coalitional Contingent Threat Situations; CCT Situations)と呼んだ。

形式的にはそれぞれの交渉過程は次の誘導写像 (inducement correspondence) によって表現される。

まず, ICT Situations での誘導写像 γ は, $2^N \times A_N$ から 2^{A_N} への写像で $S \subset N$ と $\zeta \in A_N$ に対して

$$\gamma(\{i\}, \zeta) = A_i \times \{\zeta_{N \setminus \{i\}}\} \text{ if } S = \{i\} \text{ and}$$

$$\gamma(S, \zeta) = \emptyset \text{ if } S = \emptyset \text{ or } |S| \geq 2$$

を満たすものである。 $\gamma(S, \zeta)$ は提携 S が ζ に対して行うことができる可能な反対提案の集合を表している。

一方, CCT situations での誘導写像 δ は, $2^N \times A_N$ から 2^{A_N} への写像で $S \subset N$ と $\zeta \in A_N$ に対して

$$\delta(S, \zeta) = A_S \times \{\zeta_{N \setminus S}\} \text{ if } S \neq \emptyset \text{ and}$$

$$\delta(\emptyset, \zeta) = \emptyset$$

を満たすものである。

3.2 解概念

本稿では解概念としてフォン・ノイマンーモルゲンシュテルン安定集合を用いる。まず, 結果 (戦略の組) の間の支配関係を表す A_N 上の二項関係を定義する。まず, ICT Situations では, 任意の $\xi, \zeta \in A_N$ と $i \in N$ に対して,

$$\xi \text{dom}(\gamma)_i \zeta \Leftrightarrow \xi \in \gamma(\{i\}, \zeta) \text{ and } f_i(\xi) > f_i(\zeta)$$

と定義する。さらに, ある $i \in N$ に対して $\xi \text{dom}(\gamma)_i \zeta$ ならば, $\xi \text{dom}(\gamma) \zeta$ と表すことにする。CCT Situations でも同様に

$$\xi \text{dom}(\delta)_S \zeta \Leftrightarrow \xi \in \delta(S, \zeta) \text{ and } f_i(\xi) > f_i(\zeta) \text{ for all } i \in S$$

$$\xi \text{dom}(\delta) \zeta \Leftrightarrow \xi \text{dom}(\delta)_S \zeta \text{ for some } S \subset N$$

と定義する。

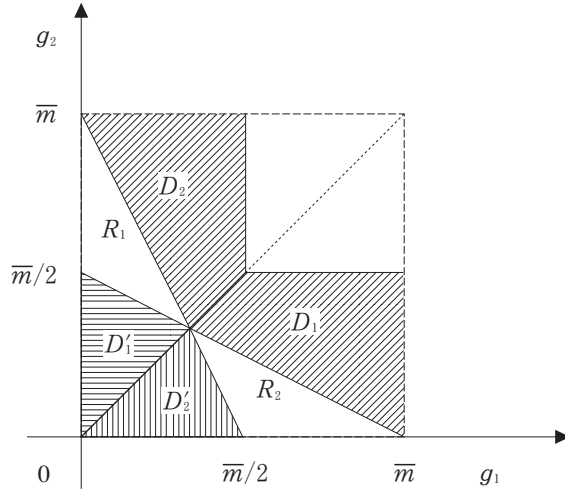
A_N 上の二項関係 $\text{dom}(\gamma)$ に対して, 次の2つの安定性の条件が満たされるとき集合 $K \subset A_N$ は ICT Situations でのフォン・ノイマンーモルゲンシュテルン安定集合 (vN-M 安定集合) と呼ぶ。

1. 内部安定性: もし $\zeta \in K$ ならば $\xi \text{dom}(\gamma) \zeta$ となる $\xi \in K$ は存在しない。
2. 外部安定性: もし $\zeta \in A_N \setminus K$ ならば $\xi \text{dom}(\gamma) \zeta$ となる $\xi \in K$ が存在する。

2つの条件の $\text{dom}(\gamma)$ を $\text{dom}(\delta)$ に置き換えれば, CCT Situations での vN-M 安定集合の定義となる。

以下で用いる記号法を整理しておく。まず, $\text{dom}(\gamma)$, $\text{dom}(\delta)$ の γ, δ については特に議論に混乱が生じない限り省略して dom と表すことにする。 $\xi \text{dom}_1 \zeta$ または $\xi \text{dom}_2 \zeta$ のときは, $\xi \text{dom}_i \zeta$ と表す。ある $i \in 1, 2$ について $\xi \text{dom}_i \zeta$ または $\xi \text{dom}_{\{1, 2\}} \zeta$ のときは, $\xi \text{dom}_c \zeta$ と

図 1



表す。さらに， $\text{DOM}_1(\zeta) = \{\xi \in A_N | \zeta \text{dom}_1 \xi\}$ ， $\text{DOM}_2(\zeta) = \{\xi \in A_N | \zeta \text{dom}_2 \xi\}$ ， $\text{DOM}_I(\zeta) = \{\xi \in A_N | \zeta \text{dom}_I \xi\}$ ， $\text{DOM}_C(\zeta) = \{\xi \in A_N | \zeta \text{dom}_C \xi\}$ ，とする。 $Z \subset A_N$ に対して， $\text{DOM}_1 Z = \bigcup_{\zeta \in Z} \text{DOM}_1(\zeta)$ ， $\text{DOM}_2 Z = \bigcup_{\zeta \in Z} \text{DOM}_2(\zeta)$ ， $\text{DOM}_I Z = \bigcup_{\zeta \in Z} \text{DOM}_I(\zeta)$ ， $\text{DOM}_C Z = \bigcup_{\zeta \in Z} \text{DOM}_C(\zeta)$ と表す。

4 vN-M 安定集合

4.1 ICT Situations での安定集合

まず ICT Situations での vN-M 安定集合について見ていくことにしよう。最初の命題は，vN-M 安定集合が存在すれば必ずその安定集合に支配されてしまう戦略の組合せを明らかにする命題である。

命題 1. K を ICT Situations での vN-M 安定集合とする。さらに，

$$D_1 = \{g \in A_N | g_1 > g_2, R_2(g_1) < g_2 \leq \bar{m}/2\}$$

$$D_2 = \{g \in A_N | g_1 > g_2, R_1(g_2) < g_1 \leq \bar{m}/2\}$$

$$D'_1 = \{g \in A_N | g_1 > g_2 < R_2(g_1)\}$$

$$D'_2 = \{g \in A_N | g_2 > g_1 < R_1(g_2)\}$$

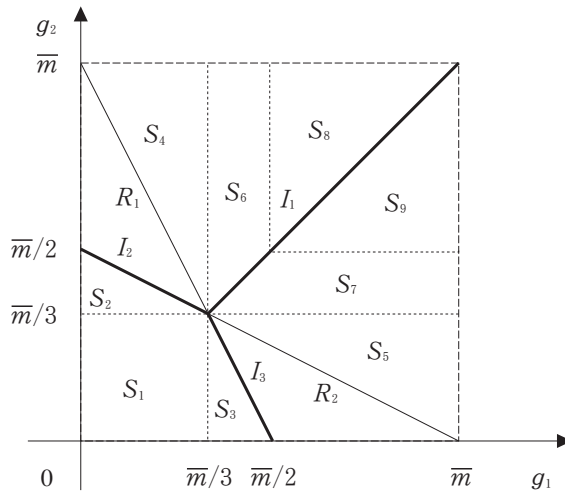
とする。このとき $D_1 \cup D_2 \cup D'_1 \cup D'_2 \subset \text{DOM}_I K$ が成り立つ。

証明. ここでは $D_1 \subset \text{DOM}_I K$ のみを証明する。 $D'_1 \subset \text{DOM}_I K$ ，及び $D_2 \subset \text{DOM}_I K$ ， $D'_2 \subset \text{DOM}_I K$ については同様の証明を行えばよいので省略する。

($D_1 \subset \text{DOM}_I K$ の証明) : $g = (g_1, g_2) \in D_1$ かつ $g \notin \text{DOM}_I K$ とする (背理法の仮定)。 K の外部安定性より $g \in K$ となる。ここで $\bar{g} = (R_2^{-1}(g_2), g_2)$ をとる。

$g_2 \leq \bar{m}/3$ のときは， $R_1(g_1) \leq R_2^{-1}(g_2) < g_1$ なので利得関数の性質(b)より $f_1(\bar{g}) > f_1(g)$ と

図 2



なる。つまり, $\bar{g} \text{dom}_1 g$ である。

$\bar{m}/3 < g_2 \leq \bar{m}/2$ のときは, $R_2^{-1}(g_2) < R_1(g_2) < g_1$ となり, さらに, $R_1(g_2) < g_2 < g_1$ なので, 利得関数の性質(b)(c)より $f_1(\bar{g}) > f_1(g)$ となる。つまり, $\bar{g} \text{dom}_1 g$ である。

$\bar{g} \text{dom}_1 g$ であるので, K の外部安定性より, $h \text{dom}_1 \bar{g}$ となる $h \in K$ が存在しなければならない。しかし, $h \text{dom}_1 \bar{g}$ ならば $h \text{dom}_1 g$ となり矛盾が発生する。また, $h \text{dom}_2 \bar{g}$ は $\bar{g}$ がプレイヤー 2 の最適反応曲線上にあるので不可能である。したがって, $g \in \text{DOM}_1 K$ である。□

次の命題は, 均等貢献配分と反応曲線の一部を組み合わせた戦略の組の集合が vN -M 安定集合になることを主張する命題である。

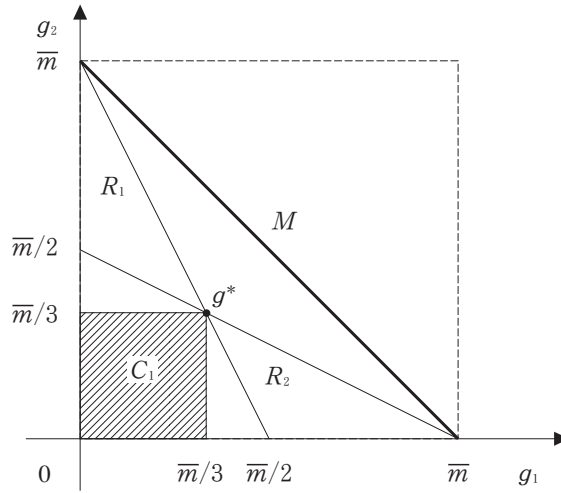
命題 2. $I_1 = \{(g_1, g_2) \in A_N \mid g_1 = g_2 > \bar{m}/3\}$, $I_2 = \{(g_1, g_2) \in A_N \mid g_2 = R_2(g_1), g_1 \leq g_2\}$, $I_3 = \{(g_1, g_2) \in A_N \mid g_1 = R_1(g_2), g_1 \geq g_2\}$ とする。このとき $I_1 \cup I_2 \cup I_3$ は *ICT Situations* での vN -M 安定集合である。

証明. (内部安定性) $g = (g_1, g_2) \in I_1$, $g' = (g'_1, g'_2) \in I_2$ とする。 $g_1 > g'_1$ なので, プレイヤー 2 による g から g' への誘導は不可能である。そこで $g_2 = g'_2$ とする。すると利得関数の性質(c)より $f_1(g) = f_1(g')$ が成立する。したがって, g と g' の間には支配関係は存在しない。つまり, $I_1 \cup I_2$ は内部安定性を満たす。

$I_1 \cup I_3$ が内部安定性を満たすことはまったく同様に示すことができる。さらに, I_2 と I_3 の戦略の組は互いに *ICT Situations* では誘導することができないので内部安定性を満たすことは明らかである。したがって, $I_1 \cup I_2 \cup I_3$ は内部安定性を満たす。

(外部安定性) $A_N \setminus K$ の領域を 9 つの部分に分割する。具体的には, 図 2 を参照していただきたい。 $\text{DOM}_1 I_1 = S_2 \cup S_7 \cup S_9$, $\text{DOM}_2 I_1 = S_3 \cup S_6 \cup S_8$, $\text{DOM}_1 I_2 = S_1 \cup S_7$, $\text{DOM}_2 I_2 =$

図 3



$S_1 \cup S_2 \cup S_4$, $\text{DOM}_1 I_3 = S_1 \cup S_3 \cup S_5$, $\text{DOM}_2 I_3 = S_3 \cup S_6$ であることは利得関数の性質(b)より簡単に示せる。したがって, $A_N \setminus K = \text{DOM}_I K$ となり, K の外部安定性も満たされる。□

この安定集合には, 均等利得でパレート効率的な配分 $g^m = (\bar{m}/2, \bar{m}/2)$ が含まれている。しかしながら, パレート効率的ではない配分も含んだかたちで安定集合が形成されていることに注意すべきである。さらに, 命題 2 で示された安定集合以外にも ICT Situations の安定集合となる配分の組合せが存在する可能性があることも指摘しておく。

4.2 CCT Situations での安定集合

次に CCT Situations での vN -M 安定集合について見ることにしよう。まず, 次の命題が証明できる。

命題 3. K を CCT Situations での vN -M 安定集合とする。さらに $C_1 = \{(g_1, g_2) \in A_N \mid g_i \leq \bar{m}/3, i=1, 2\}$, $g^* = (\bar{m}/3, \bar{m}/3)$ とする。このとき $C_1 \setminus \{g^*\} \subset \text{DOM}_c K$ が成り立つ。

証明. $C_1 \setminus \{g^*\} \subset \text{dom}_{[1,2]} g^*$ となることを注意しておく。まず, $g \in C_1 \setminus \{g^*\}$, $g \in K$ とする(背理法の仮定)。すると K の内部安定性より, $g^* \notin K$ でなければならない。さらに, K の外部安定性より $g^* \in \text{DOM}_c K$ とならなければならない。つまり, $h \text{dom}_c g^*$ となるような $h \in K$ が存在しなければならない。しかしながら, $h \text{dom}_1 g^*$, $h \text{dom}_2 g^*$ は, g^* がナッシュ均衡であり, プレイヤー 1, 2 の最適反応曲線上にあるので, そのような支配関係が成立することは不可能である。一方, $h \text{dom}_{[1,2]} g^*$ ならば, $h \text{dom}_{[1,2]} g$ となり, $g \in K$ のもとの K の内部安定性に矛盾する。したがって, $C_1 \setminus \{g^*\} \subset \text{DOM}_c K$ が成り立つ。□

ICT Situations ではパレート効率的な配分と非効率的な配分を組み合わせたものが安定集合となったが、CCT Situations ではパレート効率的な資源配分の集合自体が安定的な状態となることができる。

命題 4. パレート効率的な配分を実現する戦略の組の集合である M は、CCT Situations における vN - M 安定集合である。

証明. (内部安定性) M 上の異なる 2 点 $g, g' \in M$ をとると、 $g_1 \neq g'_1$ かつ $g_2 \neq g'_2$ である。したがって、 M 上のある点からプレイヤー 1、プレイヤー 2 が単独で他の点に誘導することは不可能であり、 $g \text{dom}_1 g', g \text{dom}_2 g'$ となることはない。さらに、 M 上の異なる 2 点 g, g' の間には、 $f_1(g) > f_1(g')$ かつ $f_2(g) > f_2(g')$ が成立するか、あるいは、 $f_1(g) > f_1(g')$ かつ $f_2(g) > f_2(g')$ が成立するかのどちらかであるので、 $g \text{dom}_{[1,2]} g'$ 、または、 $g' \text{dom}_{[1,2]} g$ が成り立つことはあり得ない。つまり、 M は内部安定性を満たしている。

(外部安定性) $A_N \setminus M$ の領域を 2 つの領域 $T_1 = \{(g_1, g_2) \in A_N \mid g_1 + g_2 > \bar{m}\}$, $T_2 = \{(g_1, g_2) \in A_N \mid g_1 + g_2 < \bar{m}\}$ に分割する。

まず、 $T_1 \subset \text{DOM}_1 M$ 、または、 $T_1 \subset \text{DOM}_2 M$ が成立することは、利得関数の性質(b)より明らかである。

次に $g = (g_1, g_2) \in T_2$ を見ることにしよう。

$g_1 = g_2$ ならば、 $g^m = (\bar{m}/2, \bar{m}/2)$, $g^m \text{dom}_{[1,2]} g$, $g^m \in M$ となる。そこで、 $g_1 \neq g_2$ としよう。さらに $g_1 > g_2$ を仮定する ($g_1 < g_2$ を仮定しても同じ証明ができるので、この仮定は一般性を失わない。)。この g での利得を $\hat{f}_1 = (\bar{m} - g_1)^{0.5}(g_1 + g_2)^{0.5}$, $\hat{f}_2 = (\bar{m} - g_2)^{0.5}(g_1 + g_2)^{0.5}$ と表すことにする。

そこで、 $\hat{f}_1 = (\bar{m} - \hat{g}_1)^{0.5}\bar{m}^{0.5}$ を満たす M 上の点 $\hat{g} = (\hat{g}_1, \bar{m} - \hat{g}_1)$ をとる (ちなみに、プレイヤー 1 は M 上で 0 から $\bar{m}$ の間のすべての利得の値をとることができる。さらに、 $\hat{f}_1 = (\bar{m} - g_1)^{0.5}(g_1 + g_2)^{0.5} < (\bar{m} - g_1)^{0.5}\bar{m}^{0.5} < \bar{m}$ であるので、上記のような $\hat{g}_1$ は存在する。)。 $\hat{g}$ でのプレイヤー 2 の利得は、 $f_2^M = (\hat{g}_1)^{0.5}(\bar{m})^{0.5}$ で与えられる。この値と $\hat{f}_2$ を比較すると、

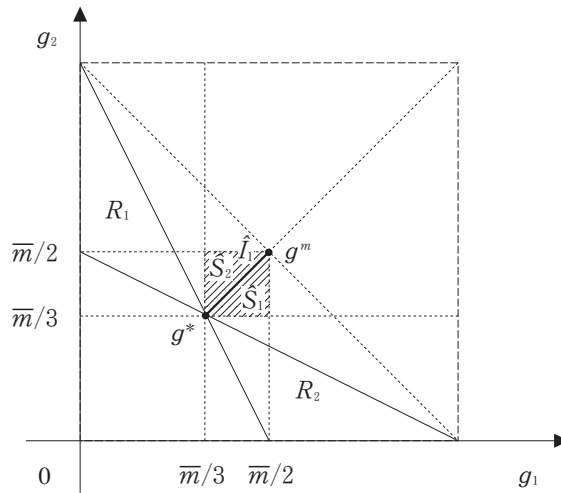
$$\begin{aligned} f_2^M - \hat{f}_2 &= (\hat{g}_1)^{0.5}(\bar{m})^{0.5} - (\bar{m} - g_2)^{0.5}(g_1 + g_2)^{0.5} \\ &= (\bar{m}^2 - (\bar{m} - g_1)(g_1 + g_2) - (\bar{m} - g_2)(g_1 + g_2)) / (f_2^M + \hat{f}_2) \\ &= (\bar{m} - (g_1 + g_2))^2 / (f_2^M + \hat{f}_2) > 0 \end{aligned}$$

であるので、 $f_2^M > \hat{f}_2$ となる。したがって、 $\hat{g} \text{dom}_{[1,2]} g$ が成立する。このことは、 $T_2 \subset \text{DOM}_c K$ を意味している。

以上より $A_N \setminus M \subset \text{DOM}_c M$ が示されたことになり、 M の外部安定性が証明された。□

パレート効率的な配分の集合が CCT Situations での vN - M 安定集合になることは注目に値する。ただし、 M 以外にも CCT Situations での安定集合が存在する可能性は残されている。

図 4



5 交渉領域の制限

これまでは事前交渉がもたらす安定的な状態を考察してきたが、Greenberg の交渉過程を事後的な交渉として取り入れたときにどのような戦略の組が安定集合になるかを考察してみよう。具体的には、既にナッシュ均衡である公共財の自発的供給水準 ($g^* = (\bar{m}/3, \bar{m}/3)$) が実現していて、それに追加した貢献について交渉を行う状況を考える。さらに、各自の貢献の上限として均等貢献でのパレート効率的な資源配分 ($g^m = (\bar{m}/2, \bar{m}/2)$) に対応する額 $\bar{m}/2$ が与えられているとする。このように交渉領域が $\hat{A}_N = \hat{A}_1 \times \hat{A}_2 = [\bar{m}/3, \bar{m}/2] \times [\bar{m}/3, \bar{m}/2]$ に制限されたときに、vN-M 安定集合が交渉領域が制限されていない場合に比べてどのように変化するかをみるのが、ここでの目標である。

まず、交渉領域が制限されたときの ICT Situations での vN-M 安定集合は、命題 2 で得られた vN-M 安定集合を $[\bar{m}/3, \bar{m}/2] \times [\bar{m}/3, \bar{m}/2]$ に制限 (restriction) したものの、すなわち、 $\hat{I}_1 = \{(g_1, g_2) \in A_N | g_1 = g_2, \bar{m}/3 \leq g_i \leq \bar{m}/2, i=1, 2\}$ となる。

この集合が ICT Situations のもとで内部安定性を満たすことは明らかである。さらに、 $\hat{A}_N \setminus \hat{I}_1$ のうちの $\hat{I}_1$ の右下の領域 $\hat{S}_1$ は $\text{DOM}_1 \hat{I}_1$ の部分集合となり、右上の領域 $\hat{S}_2$ は $\text{DOM}_2 \hat{I}_1$ の部分集合となるので、外部安定性も満たされている。

一方、交渉領域が制限されたときの CCT Situations での vN-M 安定集合は、ICT Situations と同様に、命題 4 で得られた安定集合を $[\bar{m}/3, \bar{m}/2] \times [\bar{m}/3, \bar{m}/2]$ に制限したもの、すなわち、 $g^m = (\bar{m}/2, \bar{m}/2)$ 、になるであろうか？ 残念ながらこの場合はそうはならない。なぜなら、戦略の組 $(g_1, g_2) = (\bar{m}/2, \bar{m}/3)$ は g^m によって支配されない。つまり、 g^m は外部安定性を満たすことができないのである。交渉領域が制限されると、同じ CCT Situations であってもパレート効率的な配分が安定的な状態とみなすことができなくなるのである。

上記の事実は、vN-M 安定集合が、様々な戦略の組合せを含んだ「集合」として意味をもっているのであって、交渉領域を制限することで実現する状態の予測を容易にしようとする試みは必ずしも成功しないことを示している。また、上記の例は、ICT Situations と CCT Situations では交渉領域の制限は安定性に対してまったく異なる効果をもつ可能性があることを示している。

6 お わ り に

本稿では公共財の自発的供給モデルにおいて Greenberg (1990) で提示された交渉過程を考慮したときにフォン・ノイマン-モルゲンシュテルンの意味で安定的となる戦略の組の集合を考察した。交渉において個人単位で提案がなされる「個人による条件付き脅しシチュエーション (ICT Situations)」では、均等貢献配分を主に含む安定集合が存在し、提携単位で提案が行われる「提携による条件付き脅しシチュエーション (CCT Situations)」ではパレート効率的な配分の集合が安定集合となることが示された。個人単位の交渉過程では均等貢献配分という公平性 (fairness) に合致した配分が安定的となり、提携単位の交渉過程では効率性に合致した配分が安定的となるという結果は非常に興味深い。さらに、どちらの場合においてもパレート効率的な配分が安定集合に含まれていることも注目値する。

しかしながら、以上の結果が一般性をもつものと考えするには留意すべき点がいくつか残されている。まず、ICT Situations, CCT Situations のどちらにおいても提示した安定集合以外に他の安定集合が存在する可能性がある。他の安定集合がまったく違う性質をもつ集合である可能性は排除できない。さらに、本稿では、2 人で対称の個人が存在するという非常に単純化された経済を考えている上に、消費者の効用をコブ・ダグラス型 $(x_i)^{\alpha} G^{1-\alpha}$ とし、さらに、 $\alpha=0.5$ に特定化している。現段階では、すべての命題でこの特定化によって得られる利得関数の性質を利用して証明が行われており、これらの特定化が存在しないときに、本稿で得られた結果がどの程度一般化できるかは未解決である。

また、安定集合自身も Harsanyi (1974) が指摘した間接支配の概念の導入したり、Suzuki and Muto (2005) のように交渉過程の収束先に注目した安定性の概念を考えたりする (farsighted stability と呼ばれる) ことで様々な検討が行われている。公共財経済で異なった安定集合の概念を適用した場合にどのような結果が得られるかを考察することも今後の課題として残されている。

参 考 文 献

- [1] Bergstrom, Theodore, Blume, Lawrence and Varian, Hal R. (1986) "On the Private Provision of Public Goods," *Journal of Public Economics* **29**, 25-49.
- [2] Greenberg, Joseph (1990), *The Theory of Social Situations: An alternative game-theoretic approach*, Cambridge University Press.
- [3] Harsanyi, John C. (1974), "An Equilibrium-point Interpretation of Stable Sets and a Proposed Alternative Definition," *Management Science* **20**, 1472-1495.

- [4] Muto, Shigeo and Okada, Daijiro (1998), “Von Neumann and Morgenstern Stable Sets in Cournot Competition,” *KEIZAI TO KEIZAIGAKU* **85**, 37-57.
- [5] Okada, Akira and Sakakibara, Kenichi (1991), “The Emergence of the State: A game theoretic approach to theory of social contract,” *Economic Studies Quarterly* **42**, 315-333.
- [6] Pecorino, Paul (1999), “The Effect of Group Size on Public Good Provision in a Repeated Game Setting,” *Journal of Public Economics* **72**, 121-134.
- [7] Suzuki, Akihiro and Muto, Shigeo (2005), “Farsighted Stability in an n-Person Prisoner’s Dilemma,” *International Journal of Game Theory* **33**, 431-445.
- [8] von Neumann, John and Morgenstern, Oskar (1953), *Theory of Games and Economic Behavior*, Princeton University Press.