

デカルトにおける解析 —パッポスとクラヴィウスを通した予備的考察—

武田 裕紀

L'analyse chez Descartes : étude préliminaire à travers Pappus et Clavius

Hiroki TAKEDA

【キーワード】解析（分析）、デカルト、パッポス、クラヴィウス、アリストテレス、
三段論法、『方法序説』の4つの規則、デカルトの「幾何学」

0. 問題の所在

解析ないし分析（analyse）の意味するところを一般化するのは難しい¹。時代によってあるいは学問領域によって、それぞれ独自の規定と外延を持っているからである。とはいえ近代初期の研究では、事の当否は別として、かなりはっきりとした輪郭を備えて見えるのではないだろうか。その理由の一端として『方法序説』の有名な一節があることは疑いない。方法を規定した四つの公準のうち、第二の規則は「私が吟味する困難のおおのを、できるだけ多くの、しかもその困難をもっともよく解決するために必要なだけの数の小部分に分かつこと」（AT. V, 18）²と述べていて、これをわれわれは「分析」と呼びならわしている。続く第三の規則は、「もっとも単純でもっとも認識しやすいものから始めて、少しずつ、いわば段階を踏んで、もっとも複雑なものの認識まで登っていく」（AT. VI, 18-19）と述べていて、こちらは「総合」と呼びならわされてきた。さらに続く箇所は、この規則の背景には、数学の論証構造そして自身が確立した解析幾何学の手法があることを明らかにしている。こうした数学的背景を念頭に置けば、第二の規則とは、与えられた問題を既知の定理にまで帰着させる「解析」を一般的な形式にまで鍛え上げたもの、そして次に続く第三の規則とは、より単純かつ既知の要素から演繹的に展開していく「総合」に相等すると、一応の理解を

* 本研究は、日本学術振興会科学研究費研究「17世紀におけるマテシスの確実性・射程・有用性に関する研究」（基盤研究（C）：20K00282、研究代表者：武田裕紀）による研究成果の一部である。なお、引用中の傍点強調はすべて論者による。

1 数学に関しては Paul Tannery, «Sur l'histoire des mots analyse et synthèse en mathématique», 1903, in *Mémoires scientifiques*, 425-440 が今日なお有益である。デカルトに焦点を当てた研究では、Oliver Dubouclez, *Descartes et la voie de l'analyse*, PUF, 2013 があり、本稿でも適宜参照する。また analyse は文脈に応じて、適宜、「分析」ないし「解析」と訳す。

2 デカルトからの引用は、*Œuvres de Descartes*, publiées par Ch. Adam & P. Tannery, Paris, la nouvelle édition, 1996 (= AT 版) による。以下、AT 版の巻数とページ数を記す。

得ることができる。

以上は概説的な理解である。もちろんこの有名な一節には多様な問題意識からアプローチした膨大な注釈が蓄積されている。だが、そうした解釈の森に踏み込む前に、まずは同時代の証言を見てみよう。デカルトの歿後12年経って、アルノーとニコルによって刊行された『ポール＝ロワイヤルの論理学』の第4巻第2章である。

彼らは、「分析」と「総合」とを次のように対比する。①分析でも総合でも、より知られているものからよく知られていないものへと進む。②ただし、分析では既知の真理を、知ろうとする事柄の個別的検討のうちに把握し、順を追って一般的な知識へ登っていく。③明晰判明な公準は、分析では必要なかぎりにおいてしか提示しない。総合ではまずそれを定式化する。④これら2つの方法には、谷から山へ登るのと、山から谷へ下るのとの相違しかない³ (L.P.R., 530-531)。

さて、この第4巻第2章は、「分析の実例」(L.P.R., 521)に関して、デカルトの『規則論』や『方法序説』から、数学のみならず自然学や土木工学の実例を縦横に引用している。続く第3章では「総合の方法について、とりわけ幾何学者が守る方法について」(L.P.R., 533)論じていて、ここではデカルトではなくパスカルの『幾何学的精神について』の記述に概ね忠実に従っている。要するにデカルトは、分析の哲学者と見做されているわけである。

分析と総合に関するこうした理解は、パスカルの『幾何学的精神について』における「真理の研究の主要な目的」を踏襲しているように思われる。その目的とはパスカルによると三つあり、第一に、真理を探究している場合にそれを見出すことである。これは分析に相当する作業であるが、ただし、「あれほど多くの優れた著作が著されたあとで、このことについて改めて論じることは無用」⁴であるとして、詳細は語られていない。メナールの注釈によると、ここでの「多くの優れた著作」にはヴィエトやデカルトが含まれ、とくにここではデカルトが暗示されているという⁵。他方、第二の目的は、真理を所有している場合にそれを論証すること、第三は、真理を検討している場合に真偽を識別することである。ただし、後者は前者に含まれるので、自身のすべきことは第二の論証の術であると述べる。これは概ね総合に相当すると考えられる。

著者たちは最後に『方法序説』第二部の4つの規則をほぼ文字通り引用するが、それに先立って付け加える。「デカルトの規則はただ分析にのみあてはまることなく、あらゆる種類の方法にとって一般的である」(L.P.R., 532)と。このように、『ポール＝ロワイヤルの論理学』の著者たちにとって、デカルトの方法は基本的に分析に属するが、しかしながらそれを越え出る一般性をもったものとして映っている。

3 Antoine Arnauld et Pierre Nicole, *La Logique ou l'art de penser*, éd. par D. Descotes, Honoré Champion, 2014 (以下、L.P.R. と略記しページ数を記す)。デコットによるこのエディションは、論理学のテキストとしてもっとも一貫した内容を備えているという観点から、1664年の第二版を底本としている。なお、著者たちは第一版刊行後にクレルスリエから『規則論』の写本を入手したので、『規則論』からの引用はすべて第二版で増補されたものである。

4 *De l'esprit géométrique, Blaise Pascal Œuvres complètes*, établies, présentées et annotées par Jean Mesnard, Desclée de Brouwer «Bibliothèque européenne», 1964-, III, p.390. なおデコットは、『ポール＝ロワイヤルの論理学』の執筆にパスカルが関わっていたというルゲルの説を厳しく批判している (L.P.R. p.62-66)。

5 Ibid., p.390. メナールは、ヴィエトの『解析技法序説』(1591)や『探求の書』(1593)のほかに、『方法序説』を挙げている。『方法序説』には、当然、「幾何学」「屈折光学」「気象学」の三試論も含まれるであろう。

この要約からだけでも汲み取るべきことは多々あるが、とりあえずこの時点で抑えておきたいのは、①デカルトの方法が基本的には分析であると考えられていること、②分析の方法すなわち発見の方法としては広範な支持を得られていること、③それは分析の枠内には収まりきらない射程を持っていること、④とはいえ総合すなわち説得して同意を取り付ける技法としては、デカルトにいくぶん不満を感じたのかパスカルに依拠していることである。

方法としてのデカルトの分析が広範な支持を取り付けることに成功した理由の一端として、それが数学の厳密な証明に由来しているということがある。では、デカルトにとっての数学は、学問体系の中でどのような位置を与えられているのだろうか。デカルトの学問観としては、『哲学の原理』のフランス語版（1647）に序文として寄せた一文における「哲学の樹」がよく知られている。根として形而上学、幹として自然学、そして枝々にその成果としての医学、機械学などがたわわに実るという、壮大な知の体系の表象である。

この哲学の樹には数学に割り当てられた部位はない。だが、それは精神を鍛えるためのトレーニングとして期待されている。哲学の樹の前段で、数学の役割についてデカルトは自らの学問の軌跡を振り返ってこう語っている。

私の言う論理学とは、そういうもの（学院の論理学）ではなくて、自分の知らない真理を発見するために、理性をよく導くことを教える論理学です。そしてこの論理学は訓練に依存するところが大きいので、たとえば数学の問題のような、容易で単純な問題について、その規則を実地に応用して、長い間練習を積むのがよいのです。

これらの問題において真理を見出す習慣をある程度身につけたうえで、真の哲学と真剣に取り組むことを始めるべきです。⁶

学院の論理学とはスコラ哲学で教えられているアリストテレスの論理学である。『分析論前書』『分析論後書』『トピカ』といった論証を扱ったアリストテレスの著作群は、特定の対象についての実質的な学問の一部ではなく「学問の道具」という意味からオルガノンと総称されていた。この役割をデカルトは数学に託したのである。それゆえ本稿では、まずはデカルト「幾何学」の論証が、ギリシア数学によって定式化された厳密な意味での解析と照らし合わせて、どの点において解析と呼びうる形式を保持しているのか検証することから始めよう。そのうえで、こうした数学的論証の一般化と考えられるデカルトの「方法」を、「分析」「総合」と分節化して理解するのが妥当なのか、検討することにしよう。

しかしそれだけでは十分ではない。デカルトの言う「論理学」が「学院の論理学」に対するアンチテーゼである以上、アリストテレスのオルガノンにも目を配らせなければ、デカルトが乗り越えようとした壁とその超克の歴史的重みは審らかにならないだろう。したがって、数学に関連するき

6 *Principes de la Philosophie*, Lettre de l'auteur à celui qui a traduit le livre laquelle peut ici servir de Préface (AT. IX-2, 13-14)『哲学の原理』フランス語版序文。

わめて限定された範囲内ではあるが、アリストテレス論理学における解析（分析）の問題についても考察する。

さらに論点を推し進めるならば、デカルトによる解析の使用は数学に限られるわけではない。自然学においても形而上学においても分析（解析）という手法は採用されていて、それぞれが数学の厳密性とは異なったレベルの厳格さを備えている。だがわれわれは、デカルトに倣って少しずつ歩を進めていくことにしよう。まずは数学について検討し、その後に別稿で、数学を規範とする解析技法の拡張として、あるいは場合によってはそこに収まりきらないものとして、自然学の方法ないし論証構造について検討することにしよう。その点において目下の課題は、自然学を含むデカルトの方法一般の解明に向けての、副題にもある通り「予備的考察」と位置付けられるものである。

* * *

本稿では、数学史に関する専門用語やテキスト解釈上の微細な言い回しを扱う。そのため森全体が見えにくくなることがなきよう、予め手の内を広げておこう。以下が、本稿の構成、問題の所在、そして主張である。

第1章では、『規則論』や『幾何学』で名指しされているパッポス『数学集成』からもっとも完備した証明が付されている命題（第7巻命題107）を取り上げて、古代人の論証構造について検討する。なおわれわれは、ヴィエトのような近代の解析の先駆者については触れない。というのも本稿の目的は、数学史の観点から解析幾何学の発展を探るのではなくて、学問論の観点から、古典的な幾何学によってきわめて強固に確立された論証との対比において、デカルトの方法を検証することだからである⁷。

第2章では、デカルト『幾何学』の論証構造を、パッポスとの対比によって明らかにする。この照合を通して、デカルトが解析幾何学の要として例示したパッポス問題の解法は、伝統的な解析の書式に忠実に則ってなされていることを示す。さらに以上の考察を前提にして、一般に総合と呼ばれている『方法序説』第二部における第三の規則に関して、総合と見做すのと解析の一部と見做すのとはどちらが妥当であるのか吟味する。結論を先取りしておく、われわれの見解は後者、すなわち第三の規則は、ギリシア数学の研究者によって「作図可能性」と呼ばれている、「解析」の後半部をなす論証プロセスに相当する、というものである。

第3章では、幾何学と並んで「解析（分析）」の伝統を形作っていたアリストテレスのオルガノンを検討する。とはいえ、私にはアリストテレス論理学やその発展である中世論理学を扱う力量はないので、デカルトの間接的な師であるクラヴィウスが数学的論証を三段論法に書き下したテキス

7 デカルトがヴィエトを読んだのは、メルセンヌに「お送りくださった『解析』の本については感謝しています」（AT, I, 244）と述べている1632年5月3日付書簡の直前と推測される。「解析」の本とは、1631年にボーグランが注釈付きで出版したヴィエトの『解析技法序説』（1591）と『記号計算術への注記前書』のうち、とりわけ前者を指すと考えられている。この日付は、デカルトが解析の技法を確立したと推定される1623年頃より後のことになり、それゆえ両者の間には直接の影響関係はないと考えられる。

トを媒介として、16 世紀後半に数学的論証が論理学（本稿ではクラヴィウスの呼称に合わせてディアレクティックないし弁証術と呼ぶ⁸⁾）に取り込まれていたかぎりにおいて、この課題にアプローチしたい。この作業によって明らかになるのは、クラヴィウス以前では、「総合」の枠内で「解析」が求められていたのに対し、デカルトにおいては、「解析」の枠内で「総合」が機能しているということである。

1. 解析とは何か

1-1. 問題的解析と定理解析

幾何学の命題には二種類のタイプがある。ひとつは「問題的」と呼ばれ、たとえば作図問題のようにある条件を満たす図形や数を得るための命題、もうひとつは「定理的」と呼ばれ、たとえば三角形の内角の和が 180 度であることのように、ある性質が成立することを示すための命題である。

論証に関しては、そのタイプに応じて、公理から始まるアプリオリな形式をとる「総合 *synthesis*」と、求めるべきものをすでに知られていると仮定したうえで、それらが成立するための条件を探る「解析 *analysis*」がある。したがって幾何学の論証を「解析」という観点から見ると、問題は「問題的解析」と「定理解析」という二種類のタイプがあることになる。問題的解析とは、たとえば与えられた線分上に立つ正三角形の作図などの作図法がすでに知られているものと仮定したうえで、それらが成立するための条件を探る、そのための方法ないし技術である⁹⁾。また定理解析とは、たとえば三角形の内角の和は 180 度であるという、すでに知られている定理が成立するための条件を探る方法ないし技術である。

「問題的解析」が解の発見に威力を発揮したのに対して、「定理解析」は証明方法を見つけるための試行錯誤の過程を丁寧に書き出したに過ぎず、多くの場合は省略されるか、書かれていても汎用性を備えた技法とは言えないものがほとんどである。ただし、例外的な事例ではあるが、幾何学的問題に解決に数論を活用したものが古来よりあった。これについては論文末に例題を挙げておく。

「問題的解析」については、まず解析によって作図の仕方をあらかじめ発見しておいたうえで、そののち総合の形式で証明を書き出すことになるのだが、これらの完全解が省略のない形で記述された事例は非常に数が限られる。そのため現代の研究書が引用するのはどれもほぼ同一の命題であり、おそらくデカルトの同時代人たちが触発を受けたのも同じ命題であると推測される。そこで、その典型問題をひとつ取り上げて、手筋を正確に確認しておくことから始めよう。

8 中世末期以降、ロジックとディアレクティックは同一視される傾向があり、デカルトも三段論法に対して両方の呼称を用いている（AT, X, 406）。

9 本稿ではパッポスを扱うが、その他アポロニオスやアルキメデスからの解析については、Ken Saito, “Analysis, si uti scias, potens est. Reappraisal of Heuristic Power of Greek Geometrical Analysis”, in *Philosophia Scientiae*, 25(3), 2021, 23-54.

1-2. パッポスと問題的解析

ここでは例題として『数学集成』第 VII 卷命題 107 を取り上げる¹⁰。ギリシア数学史関連の研究書がいずれもこの例題を取り上げているのは、解析と総合との双方が完備した形で記載されている事例を他に見つけ出すのが難しいからであるという。その完備性ゆえにやや冗長なところもあるが、論証の全貌と厳密さの所以を知るためにはこの例題に尽きる。それは、「円 ABG と、円の外の点 D, E が与えられたとき、 BG が DE に平行になるような点 A を見出せ」という作図問題である。分かり易く書き直すと、「点 D, E が定められ、その点の外部に円が定められている。 DE を結び、円周上の点 A と D を結んだ線分と円との交点を B 、 A と E を結んだ線分と円との交点を G とする。このとき、 DE と BG が平行になるような点 A を定めよ」となる。

まず解析から見よう。以下は現代のわれわれにとって理解しやすいように書き直したものである。また、証明全体を①変形、②作図可能性、③作図、④証明の四段階に区別するが、この区別はパッポス本人や 17 世紀に入手可能であった注釈に拠るものではなく、現代の数学史家の所説を参照して構成したものである。

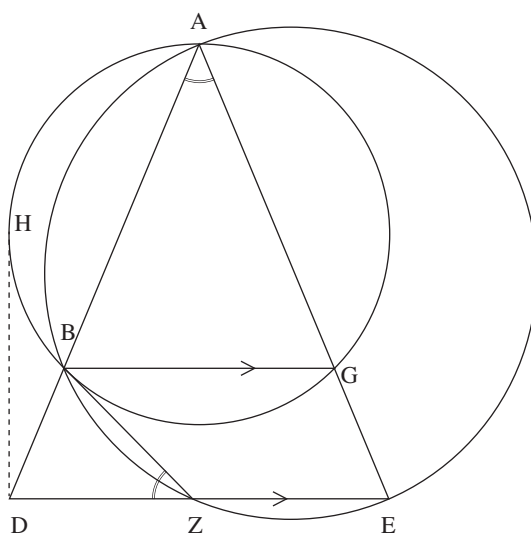


図 1

10 『数学集成』からの引用は、17 世紀に強い影響力を及ぼし、デカルトも「幾何学」で引用しているコマンディーノによる翻訳 *Pappi Alexandrini Mathematicarum Collectionum cum Commentariis Federici Commandini Urbinatis* を使用する。この命題に関する詳細な説明は、斎藤憲、高橋憲一（訳・解説）『エウクレイデス全集』第 4 巻、東京大学出版会、2010、pp.10-18 参照、またテキストの翻訳は p.462-464 にある（図版の記号はこの翻訳に従う）。斎藤は解析を二段階に区別して、それぞれ①変形 transformation と②解決 resolution という用語を用いる。そして続く総合も、①作図、②証明の二段階に区別している。本稿では、この斎藤の解釈を大枠として踏襲する。他方、Dubouclez, *Op. cit.*, p.23 は同じ問題について、解析の部分を①なされた事柄の仮定 supposition、②図形の豊富化、③作図可能性 constructibilité の三段階に分けている。われわれは論証の構造に注目するかぎり、斎藤の解釈の方が特性をより鋭く剔出ししていると考えるので、二段階を採用する。ただし、斎藤の第二段階は、デュブクレによる区別の第三段階に相当し、そしてそこでなされる作業内容に注目するなら、デュブクレによる「作図可能性」という命名は非常に分かり易く、総合における「作図」との対比を鮮明に映し出すので、この呼び名を採用する。もちろん、「作図可能性」と「解決」は矛盾するわけではなく、解析の枠内で「解決」を示すことは、すなわち「作図可能性」を示すことである。

【解析】

【第一段階：変形】

B における接線と DE との交点を Z とおく¹¹。

$$\angle ZBG = \angle BAG \text{ (接弦定理より)} \text{ ——①}$$

BG // DE と仮定しているので、

$$\angle ZBG = \angle BZD \text{ ——②}$$

①、②より、

$$\angle BAG + \angle BZE = 180^\circ \text{ となるので、}$$

A, B, Z, E は同一円周上にある。よって、

$$DB \cdot DA = DZ \cdot DE \text{ (方べきの定理より)} \text{ ——③}$$

ここで、D から円 AGB に引いた接点を H とすると、

$$DB \cdot DA = DH^2 \text{ (方べきの定理より)}$$

ここで点 D、円 AGB は定まっているので、DH および DH^2 も定まる。また DE は与えられている。DZ は定まっていないが、

$$DZ \cdot DE = DH^2 \text{ ——④}$$

のうちの DE、 DH^2 は定まっているので、DZ を導きそこから円に接線を引けばよいことになる。

$DZ \cdot DE = DH^2$ に帰着させたのは、この命題が『原論』I.44 の領域付置¹²（正方形と長方形の面積を等しくする技法）に相当し、当時の人々にとってはおなじみの技法であったからである。

ここまでは、問題を既知の命題まで変形していく段階である。

【第二段階：作図可能性】

しかるのちに、問題の解決法を示していくことになる。

④より、DZ が定まる。DE は与えられた線分であるから、 $DZ \cdot DE$ のうちの DE も定まる。円は所与なので、B も定まる。また、D が定まっているので、AD が定まり、AD が定まれば、A も定まり、ゆえに AE も定まる。したがって、DAE は位置において定まる。

以上が BG // DE となるような A が存在した場合の A の定まり方であり、これをもって「作図可能性」を示したと言える。

【総合】

【第三段階：作図】

次に総合を見てみよう。今度は DE と BG が平行になるような点 A を円周上に求めよという

11 この接線を引く理由については述べられていない。このように解析＝発見法といっても、数学的な直観が求められるのである。

12 領域付置とは、『原論』I.44 に現れる命題で、ひとつの直線とひとつの直線図形が与えられたときに、直線図形に等しい長方形（あるいは平行四辺形）を、与えられた直線を一边として作図する技法のことである。ここでは、与えられた直線図形は DH^2 で、与えられた直線は DE である。

「問題」として提示される。その際に、すでにこの問題を解くための条件が $DE \cdot DZ = DH^2$ であることは分かっている。つまりこのような Z を見出す。 Z を見つけるためには、解析の「変形」によって辿り着いた『原論』I, 44 の領域付置の定理が用いられる。そして見いだされた Z から円に接線をひき、接点と D を結んで延長すれば A が求められるというわけである。

本段落は、論証の方向としては、解析の「作図可能性」と同じ向きを辿っている。ただしその意図は、続くアプリアリな「証明」の準備として作図法を示しておくことにあり、その点において、解が得られたという仮定のもとで示される「作図可能性」と異なる。

【第四段階：証明】

続くステップは、こうして得られた BG が DE に並行であることを証明すればよい。つまり作図されたものが問題の条件を満たすことを示せばよい。その道程は、結果的に解析の「変形」を逆に辿ることになるであろう。

$$DE \cdot DZ = DA \cdot DB$$

$ABZE$ は同一円周上にある。

$$\angle DAE = \angle GBZ = \angle BZD$$

$$\therefore BG \parallel DE$$

以上の筋道を要約すると次のようになる。①まず、求めるべき作図が得られたものと仮定して、その解が満たす条件を探る。その際に、『原論』などでよく知られた定理に帰着するよう、得られたと仮定した作図を変形していく。②既知の定理にまで還元することができれば、その既知の定理は与えられたもの（定まったもの）なので、そこから①で変形したプロセスを逆方向に辿っていくと、求めるべき作図も定まったものと考えることができる。以上が解析である。

引き続き総合に移る。③帰着された定理から出発して実際に作図の手順を示す。これは②と同じ順序であるが、解析ではあくまで解が得られたと仮定する仮定命題から論証が構成されていたのに対し、総合では、すでに証明された定理から出発する真なる言説として論証が構成されているという違いがある。④作図法が正しいことを証明する。これは問題に与えられた条件から出発するアプリアリな論証であり、結果として原則的に、①の順序を逆向きに辿ることになる。以上の諸段階を、①解析（変形）、②解析（作図可能性）、③総合（作図）、④総合（証明）としておこう。ここから、17 世紀の解析幾何学と直接かかわる論点を析出しよう。

【問題が解決されたと仮定すること】

ひとつは問題が解かれたと仮定することである。ここでは、位置において与えられているものとして、線分 DE 、 DH と円がある。与えられていないものとしては、 Z 、 A 、 B 、 G がある。そして、「変形」においては未知から既知へと、まさしく分析することによって帰着させていく。

ところでこのステップは、ルーティンの手続きを駆使して操作的に既知の要素まで導くことがで

きるというようなものではない。熟練に裏付けられたある種のひらめきが必要で、そのひらめきを得るためには帰着させるべき定理を知悉していなければならない。こうしたことは、譬えてみれば、われわれが中学生時代に幾何の問題を解こうとすると、補助線を引くなどの工夫を凝らして証明すべき問題をすでに学習した定理に帰着させようとしたのと、ほとんど同じ作業である。その思考のプロセスを形式的に鍛え上げたものが解析だと言ってもよかろう。そうだとすると、受験生が証明すべき命題を既知の定理に帰着させる際の思考のプロセス（たとえば補助線を思いついた理由）をわざわざ答案用紙に書く必要がないのと同じように、古代人がこうした解析の痕跡を書物の中にいちいち書き留めなかったのも自然なことであり、近代人が邪推したように、あえて隠したわけではなかろう。

ふたつめに上記の系として、仮定された未知の量と、帰着された既知の量との関係を探っていくという発想がある。ここでは、既知の量として線分 DE、DH と円、未知の量としては Z、A、B、G がある。そして、「変形」においては未知から既知へ、続く「作図可能性」においては既知から未知へというように、論証として双方向性が要求され、その双方が果たされてようやく必要十分条件が満たされることになる。

デカルトたちが開発した解析幾何学では、求めるべき曲線が与えられたと仮定して、その曲線を生成するところの諸線分の比例関係を、方程式という記号的な操作に持ち込むので、いわゆるひらめきに頼らず解に至ることができる。また、未知数と既知数を、比例関係を通して一つの方程式の中に落とし込むので同値関係が成立し、古代の幾何学のような煩雑な論証をとる必要はない。解析幾何学にはこうした形式化された操作性があるとはいえ、解が得られたと仮定すること、そのうえで未知と既知の関係を探るという 2 点において、古代の解析と志向性を共有していると言えるだろう。

【～が与えられる】

実際に作図の解答を記すうえで、②「作図可能性」のステップは冗長に見える。①「変形」の作業から自明のように思われるし、とりわけ総合によって③「作図」を示すさいに、②「作図可能性」と同じ方向で論証を進めることになるのだからなおさらである。じっさいに、解析を施している命題であっても、上で見たような完璧に揃った論証はほとんどなく、たとえば解析の例としてしばしば引用されるアルキメデス『球と円柱について』II, 1¹³でも、②「作図可能性」にあたる箇所は簡潔化されていて、①「変形」によって、既知の命題である「二つの比例中項を見出す」に帰着させた時点で終了してしまっている¹⁴。

それにもかかわらずこのセクションが意味をもつのは、エウクレイデス『デドメナ（データ）』の形式に則っているからである。『デドメナ』は、各命題が「～が与えられるとすると、…が与えられる」という形式で記述されているため、「与えられている」の表現であるギリシア語の

13 与えられた円柱または円錐に等しい体積の球を求める問題である。

14 斎藤憲『エウクレイデス全集』第 4 巻、p.18。

Δεδομένα、およびラテン語の *data* がそのままタイトルになったものである（ラテン語では「大きさにおいて与えられる」 *magnitudine data* など）。一例として方べきの定理を挙げるなら、「もし円が位置において与えられていて、その外部になんらかの与えられた点がとられ、またその点から円の中へと、なんらかの直線が引かれるならば、引かれた線と、その点と円周の凸な部分のあいだの直線とに囲まれる長方形は与えられる」¹⁵ といった具合で、要するに、ある条件が与えられているとするならば、かくかくの結論が与えられるという形式に、すべての命題を書き直したものである。ここで注目したいのは、解析における「作図可能性」を提示する段階で、『デドメナ』に由来する表現が用いられている点である。

先に検討したパッポスにおける解析の「作図可能性」に戻ると、「ADB に囲まれる長方形は与えられる」¹⁶ という表現から始まり、最終的に「DA、AE の各々は位置において与えられる」という表現で閉じていて、この箇所が『デドメナ』のスタイルを踏襲していることが分かる。ただし、『デドメナ』が「もし…が与えられたならば」と仮言命題をとっているのに対し、パッポスにおいては「…が与えられる」という定言命題をとっている。これは、解析そのものが、問題が解かれたと仮定するという特性を持っているので、論証の枠組みそのものが仮言的性格を持っており、さらにあえて仮言命題を用いる必要がないということかと思われる。このようにパッポスによる解析の完全解は、『デドメナ』の伝統を含み込むことによって成立しており、まさに古代の解析技巧の集大成と言ってよいであろう¹⁷。

なお『デドメナ』は、デカルトの知人でもあったアルディ（Claude Hardy, ca.1604-1678）によって、近世におけるギリシア語印刷本、およびそのラテン語訳が、注釈とともに 1625 年に刊行された。デカルトの「幾何学」に「…が与えられる」という表現が頻出する件については、こののち検討することになる。

以上が問題的解析の完全解とその諸段階である。定理解析の典型例については論文末の付録に譲り、すぐさまこの問題的解析の論証構造をデカルト「幾何学」の解析技法と対照することにしよう。

2. デカルト数学における解析

2-1. パッポス問題と解析

1631 年にゴリウスによってパッポス問題の解決を促されたデカルトは、6 週間をかけてこれを解決した。それは以下のような問題である。「与えられた 3 つ以上の直線に、一点からそれら直線と与えられた角をなす線分を引き、これら線分の半数の乗積と他の半数の乗積——線分の数が奇数の

15 現代風に書き直すと、円と定点が与えられて、定点から円に線分を引くと、方べきの定理（これはすでに証明されている）によって、 $DG \cdot DB$ が AD の二乗に等しい定まった量として与えられる、すなわち、直線の引き方いかんにかかわらず一定である、ということである。

16 Pappus, *Op.cit.*, p.226.

17 Jean-Louis Gardies, *Qu'est-ce que et pourquoi l'analyse?*, Vrin, 2001. は、『デドメナ』のスタイルを、「解を得られたものとして作図法を探る」解析とは、別のタイプの解析の伝統と見なしている。

時は少ない方に定数を乗する——とが一定の比をなすとき、このような点の軌跡を求めること¹⁸。「幾何学」の第1、2巻は、それぞれ冒頭部でこのパップス問題を深掘することで、その解析技巧の枢要を示していく。

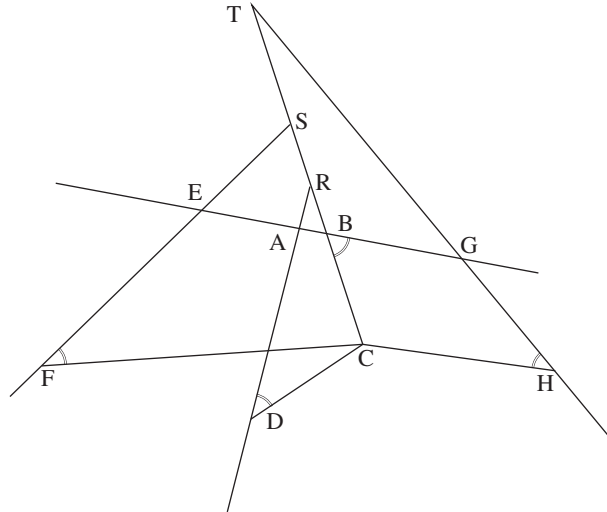


図 2

「幾何学」が論じているのは、与えられた直線が4本（AB, AD, EF, GH）、また与えられた角が $\angle CBG = \angle CDA = \angle CHG = \angle CFE$ のケースである。デカルトはまず問題が解決されたと仮定して、問題を構成するすべての線分を図のように書き出す。そして、軌跡を決定するために主要な線分を、与えられたものから一つ、見いだされなければならないものから一つ、選び出す。ここでは、与えられた線分として AB (x とする)、見いだされなければならない線分として BC (y とする) を選び出す。 x は与えられた線分 AB 上に取られた長さであるが、これは定量ではなくて、点 C が曲線を描く際に変化する変数である。

さて、このように点 C の運動を表記するための基準となる線分 $AB=x$, $BC=y$ を置くと¹⁹、その他の線分（BR, CR など）は、相似図形により、比例関係を通して相互に関係づけられることが分かる。このようにして問題は、曲線を生成する諸線分の比例関係という、もっとも単純な要素にまで分解されることになるわけである。これを「要素化」と呼ぶことにしよう。

以上の作業は、パップスによる解析で見た「変形」に対応する。「変形」とは、解が得られたものと仮定したうえで、『原論』の既知の定理まで帰着させることであった。ここでデカルトは、見出さなければならない線分 BC が得られたと仮定して、この線分を問題によって与えられた既知の線分との比例関係へと帰着させている。この「要素化」はまさしくパップスの解析では「変形」に相当するプロセスである。

18 AT. VI, 377-379. デカルトがパップスのラテン語訳から引用している命題を、私が要約したものである。

しかるのちに、与えられているものから出発して、順を辿ることによって、軌跡を決定するための方程式を導いていく。「三角形 ARB のすべての角は与えられているから、辺 AB, BR の間の比もまた与えられている」(AT. VI, 383) ので、 $AB:BR=z:b$ とおくと、 $BR=bx/z$ という具合である。同様に $\angle DRC$ の三つの角は与えられており、したがって CR と CD の比は与えられているから、これを $z:c$ とおき、CR, CD を z, b, c, x, y で表す。このように与えられた直線や比を記号で表し ($AE=k$, $BE:BS=z:d$, $CS:CF=z:e$, $AG=l$, $BG:BT=z:f$, $TC:CH=z:g$)、すべての線分を x, y との比例関係を通して書き出し、順次、複合的に求められる線分にまで登っていくと、たとえば

$$CH=(gzy + fgl - fgx)/z^2$$

と書くことができる。こうして得られた線分を題意に従って掛けると、

$$y^2 = \frac{(cglz - dezk^2)y - (dez^2 + cfgz - bcgz)xy + bcfglx - bcfgx^2}{ez^3 - cz^2}$$

が得られ、求められる曲線は、 x と y の二次式であることが明らかになるわけである (AT. VI, 398)。

以上のプロセスを「方程式化」と呼ぶとすれば、この段階がギリシア数学における解析の「作図可能性」に対応することが看取できよう。作図可能性とは、帰着された定理から作図が導かれることを示す段階であった。ここでデカルトは、曲線を生成させるところの線分へと「要素化」させたのち、今度は帰着させた線分から、曲線が得られるところの方程式を導いていくのである。こうして方程式が定まれば、おのずと求めるべき曲線も定まる。

この方程式化すなわち作図を導く際に、「(位置において) …が与えられている」²⁰ という表現が頻出していることに注目しよう。これは、先に見たように『デドメナ』の論証形式を踏まえたものであり、さらに古代の解析の「作図可能性」における *datis positione* という定形表現のフランス語訳 *donnée par position* に他ならない。「要素化」のステップにおいては、解が見いだされたと仮定したうえで、問題を構成する基本的な要素（線分）へと帰着させていったのであるが、「方程式化」においては、帰着された線分を「与えられている」としたうえで、与えられている長さや比と、未知の量である x, y との比例関係を明らかにしつつ、求めるべき曲線の方程式まで進むのである。

以上が、伝統的な解析技法と照らし合わせてみた場合の、「幾何学」で駆使された解析技法の手順である。デカルトが、思いのほか忠実に伝統的な解析の論証スタイルを踏襲しつつ、新しい技巧を披露していることが見て取れるであろう。以下に対照表にまとめよう。そして次章ではこうした

19 線分 AB, BC は、点 C の位置を定める基準となる。デカルトが開発した「座標」とは、このように図形上の線分から取られたものであって、われわれが知るような図形から独立したいわゆる「デカルト座標」の成立は、ライブニッツを待たなければならない。

20 AT. VI, 382 以降のくだりである。

図式を前提に、数学をモデルとして構想された『方法序説』の4つの規則を検討することにしよう。

	古代の問題的解析	デカルトの解析
方法	①解を得られたものとして仮定 ②既知の定理に帰着させる	①解の曲線が得られたものとして仮定 ②未知の線分の変量を既知の線分の変量と関係づける
構成	【解析】 変形：未知の解を得られたと想定して既知の定理へ帰着させる	要素化：曲線が得られたと仮定して、その曲線を構成する諸線分へと帰着させる。 方程式化（作図可能性）：帰着させた諸線分の比例関係から、曲線の方程式を導く。
	作図可能性：帰着させた定理から作図へと演繹する	
	【総合】 作図：帰着させた定理から作図法を示す 証明：作図が正しいことを証明する	
論証タイプ	未知から既知へ、既知から未知へという双方向が必要	未知と既知をまとめて代数方程式に落とし込むことで、同値関係の中で処理できる。
表現	作図可能性の段階で、「～が与えられる」という表現が用いられる。	諸線分を方程式に落とし込む際に、「～が与えられる」という表現が断続的に用いられる。

2-2. 『方法序説』第二部における4つの規則

数学から得られたこのような方法は、「私は数学者が吟味したのと同じ論証をもって始めるべきだということを疑わなかった」（AT. VI, 19）と述べるように、『方法序説』第二部における四つの規則の揺籃でもある。とりわけデカルトが数学にかけた期待は、その発見の力にある。「幾何学者たちがもっとも困難な証明に到達するために用いるのを常とする、（…）もろもろの推理のあの長い連鎖は」、「いかに隠されたものであっても結局は発見しうるのである」と。そしてその方法は、「なんらかの特殊な問題に限ったのではないゆえに、それを代数の問題に用いた場合と同様に有効に、他の学問の難問に適用しうる」（AT. VI, 21）と期待するのである。デカルトは言う、「塩や雪や虹などについて私が書いたことを検討して頂ければ、私の自然学全体が幾何学に他ならないことをご存じになるでしょう」²¹。だが、ここで自然学の問題にまで踏み込むのは控えておこう。まずはあくまで数学的な伝統との相関において、デカルトの方法を「分析」「総合」とラベリングすることが妥当かどうかを検討し、今後、『規則論』から「屈折光学」などの自然学関連著作における同じ問題を考察するための橋頭保を築くことにしよう。

さて、四点にまとめられた方法の規則のうち、われわれの課題に直接かかわってくるのは、第二、第三の規則である。第二の規則は「私が吟味する困難のおのおのを、できるだけ多くの、しかもその困難をもっともよく解決するために必要なだけの数の小部分に分かつこと」（AT. VI, 18）であり、「分析」と呼ばれている。第三の規則は、「私の思惟を順序に従って導くこと。もっとも単

21 デカルトからメルセンヌ宛、1638年7月27日（AT. II, 268）。

純でもっとも認識しやすいものから始めて、少しずつ、いわば段階を踏んで、もっとも複雑なものの認識まで登っていき、かつ自然のままでは前後の順序をもたぬものの間にさえも、順序を想定して進むこと」(AT, VI, 19)であり、「総合」と呼ばれてきた。たとえばアルキエ版²²の脚注では、四つの規則は明証性の規則、分析、総合、枚举とされており、また多くの入門書はこうした呼称を受け継いでいる。しかし、ロデイス＝レヴィスによって準備され、カンブシュネルによって補足されたガリマルの新しいデカルト全集では、『規則論』を中心とする諸テキストへの参照が豊富に示されているのみであって、このようなラベリングは注意深く回避されているように思われる²³。

まずは、デカルトが目を通したはずである二つのテキスト——パッポスのコマンディーノ訳とエウスタキウス——を通して、たんに語彙のレベルにおいては、数学の観点からも哲学の観点からもこれらの規則を「分析（解析）」と「総合」と呼ぶことが許される根拠を挙げておこう。

第二の規則は、「与えられた問題を小部分に分割すること *résoudre*」であるが、名詞である *résolution* は、解析 *analysis* の同義語としてコマンディーノによるパッポスのラテン語訳を受け継いだものである。解析と総合について一般的に述べた『数学集成』第 VII 巻冒頭部でコマンディーノは、ギリシア語の解析 *analyomenos* を *resolutus* と言い換え、その後一貫して解析を *resolutio* と訳している。その方法は、「認められているが如き探し求められているものから、順次帰結されるものを通して、総合によって認められるなんらかのものへと至る道」²⁴を辿ることにある。

第三の規則についてはどうだろうか。「もっとも複合されたもの *composés* の認識」と述べているように、ここで問題になるのは複合 *composition* である。これについてもコマンディーノは、「解析」の対義語としての「総合」に *compositio* を当てている。その方法は、「(解析において最後に得られたものを、すでにそうになっていることとして前提とし、) 解析においては帰結だったもの(つまり帰着されたところの既知の定理)を今度は前提とし、本性に従った順序に配列して、それらを互いに総合して、探し求められていた目的に到達する」道を辿ることにある。そうすると単純なものから複合されたものへと向かう第三の規則は、その内容に鑑みて、総合と名付けられても語義上の問題はない。

この *resolutio*, *compositio* というラテン語訳は哲学者の間でも流布していたようである。エウスタキウスによる *Summa philosophica* (1609) では、「方法」を二つに分けて、「*analysis* と呼ばれる

22 *Descartes Œuvres philosophiques*, Edition de F. Alquié, Classique Garnier, t.1, p.586-7 の脚注などの、明証性の規則、分析、総合、枚举である。入門書としては小林道夫『デカルト入門』ちくま新書、2006、p.44-45。ただし小林は、第三の規則の「自然のままでは前後の順序をもたぬものの間にさえも、順序を想定して進む」という記述にとくに留意を促し、デカルトの学問論における「順序の人為的想定」を強調している。この点は、われわれと軌を一にするものである。

23 *René Descartes Œuvres complètes III*, éd. par J. M. Beyssade et D. Kambouchener, Gallimard, 2009, p.630-631. この注釈を付したカンブシュネルは、別の著作の中で第一の規則については「明証性の規則」と呼んでいるが、その他については、「用心深くあれという命令を多角的に展開した」心構えのようなものであるとしている。Kambouchener, *Descartes n'a pas dit*, Les Belles Lettres, 2013, p.45. ドゥニ・カンブシュネル(津崎良典訳)『デカルトはそんなこと言っていない』晶文社、2021、p.60. Denis Kambouchener, «Descartes : la méthode en pratique», in *La Méthode*, éd. Par Patrik Wotling, Vrin, 2019, p.101-130.

24 Pappus, *Op. cit.*, p.158.

resolutio の順序」と「synthesis すなわち compositio」²⁵ からなるとされる。これはフランス語にも導入されていて、『第二答弁』の解析と総合について述べた箇所では、ラテン語版が analysis, synthesis であるのに対し、デカルトも目を通したとされるクレルスリエによるフランス語訳では «l'analyse ou résolution», «la synthèse ou composition」となっている²⁶。16 世紀末から 17 世紀初頭において、方法一般や数学のような論証形式を問うようなケースでは、analysis と resolutio、synthesis と compositio は同義と考えてよく、こうした点からも、第三の規則を「総合」と呼ぶ表面上の根拠がないわけではない。

しかし次の二点においては、第三の規則が総合であるとは断言しがたいのではないだろうか。

第一に、「もっとも単純でもっとも認識しやすいものから始めて (…)、もっとも複雑なものの認識まで登っていく」のは、たしかに総合（とりわけ「作図」の段階）に対応しうるが、しかし論証の方向性だけを取り出してみるならば、これは解析の第二段階である「作図可能性」と同じ筋道を辿ることでもある。なぜなら「作図可能性」では、帰着された既知の命題から始めて、与えられた量を手繰りながら、「少しずつ、いわば段階を踏んで」、作図の決定まで「登って」いくことになるからである。論証の方向性だけ見れば、総合の「作図」は解析の「作図可能性」と同一なのである。

両者の違いは、論証の出発点が既知の定理や公理にある（総合）か、あるいは与えられた問題の解であると仮定されたものにある（解析）か、にある。ここでデカルトの数学的解析の手続きを思い起こせば、求めるべき曲線が得られと仮定したうえで、曲線を構成するもっとも単純な要素である諸線分とその比例関係を書き出すことによって、曲線の方程式を得ようというものであった。ここでは、「～が与えられる」というパッポスの解析における「作図可能性」と同じ表現が用いられていることから分かるように、この段階——つまり線分の比例関係から曲線を生成する方程式を組み立てる段階——が、「作図可能性」という解析のワンステップに相当することに、デカルトはきわめて意識的であったように思われる。そうだとすると、『方法序説』の第三の規則は、総合というよりも、解析における「作図可能性」の段階であると考えの方が適切ではないか。

第二に、パッポスが総合に関して「本性に従った secundum naturam 順序に配列して」²⁷と述べている点である。総合のような公理から出発するアプリアリな秩序のことを「本性に従った順序」とするならば、他方で、逆向きの論証を辿る解析は、本性に従った順序ではないという見立てがあるはずである。パッポスのこの言明は違和感なく受け入れることができる。

ところでデカルトの第三の規則は、「本性的には naturellement 前後の順序をもたぬものの間にさえも、順序を想定して進む」²⁸ (AT, VI, 19) と付け加えている。そうだとすると、「本性的な前後

25 E. Gilson, *Index scolastico-cartésien*, PUF, 1966 の methodus の項目で、分析と総合について触れられている。ジルソンが挙げているテキストは *Summa philosophica, quadripartita, de rebus Dialecticis, Moralibus, Physicis et Metaphysicis*, Authore, Fr. Eustachio a Sancto Paulo, a congregatione Fuliensi. 2 vol. in-8. Parisiis, Carolus Chastellain, 1609 である。引用頁は、ジルソンの著作に送る。なお、本稿では、このエウスタキウスの著作を、17 世紀初頭において流通していた標準的な用語法として、数学者たちやデカルトの語法の特徴を知るための参照軸としたい。

26 AT, IX, p.121.

27 Pappus, *Op. cit.*, p.157.

28 この一節は、自然学を念頭に置けば、以下のように解釈することもできる。すなわち、デカルトの充満空間モデルでは、ある物体の運動が、それに隣接する他の物体に運動を伝達していくことを繰り返し、すべては連関して最終的

の順序」を捨象して、いわば人為的に順序を措定 *supposer* する第三の規則は、少なくともアプリオリな論証を旨とするいわゆる総合ではない。人為的な順序によって対象をアルゴリズム化する手法はむしろ解析であり、正確にはその一コマである「作図可能性」と理解する方が妥当ではないだろうか。こうした観点からすれば、第三の規則が解析の枠内における「作図可能性」のステップに相当するというわれわれの解釈は、合成する *composer* というこの規則の趣旨とけっして矛盾するわけではないのである。

とはいえ、もしデカルトの方法が解析幾何学の代数的な側面のみを一般化したものであると想定するならば、われわれの論点はある種の疑似問題となる可能性がある。なぜなら代数とは、未知の項と既知の項が一つの方程式の中に組み込まれ、変形によって未知の項の値が定まるというもので、そこには形式上は事柄の先後関係が存在せず、すべての項が方程式という同値関係のもとに集約されるからである。こうした観点からすれば、デカルトの方法全体が解析そのものであることは、むしろ自明のことであるかもしれない。

歴史的にも、諸科学の解析化が進む 18 世紀後半になると、これまで見てきたような論証の順序という観点から解析と総合を区別するという視点は希薄になっていく。コンディヤックは『論理学』の中で、先に引用した『ポール＝ロワイヤルの論理学』における「総合と解析は、谷から山へ登るのと、山から谷へ降るのとの相違しかない」という一節を批判的に取り上げて、いかなる推論も「必然的に登ることと降ることを交互に行う」と述べる。すなわち「一連の推論とは一連の組み立てと分解であり」、それゆえ「総合には組み立てと同様に分解も含まれていて」「分析には分解すること *décomposer* と同様に組み立てること *composer* も含まれている」²⁹。オイラーやラグランジュなどの解析力学の科学的成果や、コンディヤックの方法を範としたラヴォワジエによる化学の立ち上げによって裏付けを得て、結局のところ正しく分析することは、ポール＝ロワイヤルの論者が言うような論証の順序にあるのではなく、端的に「知っていることから知らないことへと推論によって進んでいく」³⁰ ことに尽きると主張するに至る。

「分析には分解と同様に組み立ても含まれている」というコンディヤックの言明は、『方法序説』の第三の規則が「解析」のワンステップである「作図可能性」であるとわれわれが解するかぎりでは

ㄨ にはなんらかの仕方で円環状の運動をするという渦動によって説明される。このような渦動運動は、すべてが同時に場所の入れ替えを行うことになるので、本性的には事柄の先後関係をつけがたいことになる。この渦動モデルは、デカルトにとっての自然のリアルな姿ではあるが、しかしこうしたホーリズム的な視点を維持したまま諸現象を数学的な仕方で記述することは不可能である。そこである局面を切り出し、この局所的な範囲で事柄の「順序を想定して」形式化、線形化を施せ、というわけである。

こうした自然学を念頭に置いた解釈は、本稿での数学を対象とした解釈と矛盾するわけではなく、むしろ同一の方向性を持っている。というのも、パッポス問題に典型的にみられるように、デカルトの解析幾何学は、相互に関連しあいながら運動する諸線分のうち、任意の線分を x, y (未知量) として選び出して、この線分との関係で他の線分を比例づけていくことになるのだから、本性的には前後関係のないものに順序を想定して線形化を施すという点において、上で述べた自然学の手法と同型性があるからである。

29 コンディヤック『論理学』は、解析のモデルは代数学であり、そこでは、未知の項と既知の項が一つの方程式の中に組み込まれ、同値変形によって未知の項の値が定まることであるとしている。コンディヤック (山口裕之訳)『論理学』講談社学術文庫、2016、p.172。Etienne Bonnot de Condillac, *La Logique, ou les premiers développements de l'art de penser*, in *Œuvres philosophiques de Condillac II*, éd par Georges Le Roy, PUF, 1948, p.405.

30 *Ibid.*, p.407.

のデカルトと、それほどかけ離れているわけではない。なぜならデカルトの解析には、要素化と作図可能性（すなわち方程式化）という、分解と組み立ての双方を含んでいるからである。だからと言って、デカルト本人が、解析化の手続きによって分析と総合の区別自体を無にできると考えていたというのは、ありそうもないことである。学問の解析化が端緒についたばかりであった17世紀は、ギリシア数学に淵源する総合と解析の対比が、学問的論証において強く意識された時代であったことを忘れてはならない。したがってわれわれが第三の規則に解析としての一側面を強く読み込むとしても、それは、デカルトの解析幾何学が学問の全面的解析化を達成したと言いたいわけではなく、そうした方向に促す力を持っているとしても、当時はまだ歴史的なポテンシャルの段階にとどまっていたと考えている。

3. 数学的論証とディアレクティック

われわれはこれまで数学に照準を定めて解析技法について探求してきた。しかし解析一般に関しては、アリストテレスのオルガノンの伝統を無視するわけにはいかない。そもそもデカルトの方法は、スコラの論理学に代わる新しいオルガノンを目指したものであったからである。

もちろん私には、アリストテレス論理学やさらに高度に発展した中世論理学に直接踏み込む学問的準備はない。そこでクラヴィウスが数学的論証を三段論法の形式に書き直したテキストを参照しつつ、数学が直接的な仕方と弁証術と関係を取り持っているかぎりにおいて、アリストテレスのテキストを検討していくことにしよう。実際にクラヴィウスが数学に本格的に取り組んだ動機には、『分析論後書』における数学の事例を理解したいということがあった³¹。なお以下では、クラヴィウスらの呼び名に倣って、古典論理学のことを「弁証術（ないしはディアレクティック）」と記す。

クラヴィウスは1538年にドイツに生まれた。1555年にイエズス会に入会したのち、1556年から1560年までコインブラ大学の学芸学部に登録する。当時のコインブラ大学にはペドロ・ヌニエス（Pedro Nunes, 1502～1578）が数学の教授として在任中であつたが、航海技術への貢献で名を残しているこの人物の講筵に列したのかは定かではない³²。

1561年からローマノ学院で神学を学び、1567年以降はイエズス会系の学校の元締めであるこの学院で数学教育に携わることになった。1577年から1580年には、グレゴリウス13世による改暦に多大の貢献をなした。暦の改定という有益かつ厳密な科学的成果をカトリック陣営の学者が果たした事実は、宗教戦争期のローマ教会をおおいに勇気づけた³³。

1612年に亡くなるまで終生にわたってローマノ学院の数学教授であつたクラヴィウスは、数学

31 Eberhard Knobloch, « Sur la vie et l'œuvre de Christophore Clavius (1538-1612) », *Revue d'histoire des sciences*, t.41, no.3-4, 1988, p.331-356. 同時代人 Bernardino Baldi の証言による。バルディによると、クラヴィウスの数学はまったくの独学であるという。

32 佐々木力『デカルトの数学思想』岩波書店、2003、p.55。第二章「クラヴィウスの数学思想」を参照のこと。他方で、クラヴィウスの比例論には明らかにペドロ・ヌニエスからの影響が見て取れる。Sabine Rommevaux, *Clavius, une clé pour Euclide au XVIe siècle*, Vrin, 2005, p.65-66.

33 クラヴィウスの生涯について日本語で読める文献としては、アミーア・アレクサンダー『無限小』岩波書店、2015、p.58-81がある。ただし邦訳では、参考文献一覧が訳出されていない。

教師の育成に努め、イエズス会の学校に本格的な数学教育を導入しようと尽力した³⁴。その目論見は哲学教師の抵抗に遭い、十分な成果を挙げることができなかったが、それでもデカルトがラフレーシュで数学に触れることができたのは、イエズス会の策定した『学事規定』にクラヴィウスの意見が盛り込まれたことに負う。

ここでデカルトとクラヴィウスとの関係について簡単に振り返っておこう。デカルトがクラヴィウス『原論注解』と『代数学』をラフレーシュ在学中に読んだことは、自身の言明により明らかである³⁵。1646年のペルの証言によると、デカルトは幾何学については30年前に『原論』を貸し出されて4日間かけてそれを読んだ、また代数学については30年以上前に読んだクラヴィウスの代数学以外の教師を持たなかったという。

もっともこのデカルト自身の回想には留保が必要である。というのも「30年前」というと1616年になるが、『学事規定』に従えば、1613-14年の学期に正課のカリキュラムとして『原論』第1巻を学習することになっているからである。これに加えてデカルトは、優秀な生徒を対象とした課外クラスに出席していた。そこでの学習内容もある程度推測することができる。というのも、『学事規定』1586年素案では、「エウクレイデス第4巻までに4か月以内、(…)そして学年の余裕時間に5,6巻を扱う」となっていたが、この案はあまりに数学偏重のカリキュラムであると反発を受け、1599年版では第1巻のみが必修とされ、続く内容は希望者に対する発展学習として教授されることになったからである³⁶。課外授業の内容がこうしたものであったならば5,6巻の比例論³⁷までをすでに習得したデカルトが、その後、残りの巻を独学するために『原論』を借り出して4日間かけて読破したというのが30年前であったということになる。そしてその際の『原論』は、イエズス会士クラヴィウスが詳細な注を付け、何回も版を重ねる人気を博していた『原論注解』であったはずである。以下で検討するのは、そこに含まれる第1巻命題1である。

3-1. 数学的論証の三段論法への書き換え

クラヴィウスは「16世紀のユークリッド」と呼ばれるように、『原論』式の総合による論証体系

34 なお、後に検討するように、クラヴィウスもプラトンに倣って、諸学問の予備的な訓練として数学を位置づけている。「数学的諸学問は、魂を高め、精神の視線をいっそう洞察力のあるものとし、神的な事柄の熟慮へと向け」、それゆえ「数学的学問は、他の何よりも先に学ばれるべきである」。Christoph Clavius, *Commentaria in Euclidis Elementa geometrica*, Olms-Weidmann, 1999, p.6. テキスト p.5-7 からの抜粋が Michelle Beyssade によって仏訳されている。Geneviève Rodis-Lewis, «Descartes et les mathématiques au Collège, suivi de Clavius, extraits des prolégomènes aux disciplines mathématiques», in *Le Discours et sa méthode*, éd. Par Nicolas Grimaldi et Jean-Luc Marion, PUF, 1987, p.207-211. クラヴィウスによる数学に位置づけの歴史的背景に関しては、S. Rommevaux, *Op. cit.*, p.13-29.

35 ペルからキャヴェンディッシュ宛、1646年3月2日、AT. IV, 730-731 およびデカルトからメルセンヌ宛、1629年11月13日、AT. I, 70-71。デカルトが読んだのはおそらく『代数学』(1608)である。クラヴィウスはゲタルディを通してヴィエトの仕事について知っていた可能性がある (Knobloch, *Op. cit.*, p.353)。この著作は、ラフレーシュでデカルトの先輩であったメルセンヌの『学知の真理』でも引用されているが、メルセンヌもヴィエトの方が進んでいることを認めている。La Vérité des sciences, éditée par D. Descotes, Honoré Champion, 2003, p.709-710 (初版での頁数は p.711)。

36 曾我昇平「クリストファー・クラヴィウス研究 ―イエズス会の『学事規定』と教科書の史的分析―」2014年(愛知学院大学博士論文)、p.134-137。

37 クラヴィウスは、第5巻の比例論に膨大な算術的な注釈をつけた。

を旨とし、解析技法に対しては深い関心を寄せなかった人物と評されている。たしかに数学に固有の意味での解析技法についての立ち入った言及は見当たらないが、だからといって「問題を分析する」という広義の解析についても一顧だにしなかったわけではない。クラヴィウスが解析という語で了解しているのは、なによりも三段論法の形式に証明を細かく書き下す（すなわち分解する）ということである。これをクラヴィウスは *resolutio* と呼んでいて、この語は、先に確認したように、パッポス『数学集成』をラテン語訳したコマンディーノ、当時の標準的なスコラの教科書であるエウスタキウス、そしてデカルトによって等しく *analysis* の同義語とされているものである。つまり、*analysis*=*resolutio* という認識は、日本語で言うところの数学における「解析」、また哲学でいうところの「分析」というような区別なく共有されていた。

さて、『原論注解』の「プロレゴメナ」は、数学の学問的高貴さ、有用性、確実性について一通り述べ終えた後、究極の論証として以下のように言う。

ただし、任意の問題と定理において、複数の証明が含まれ、ひとつだけの証明ではない。究極の証明の三段論法 *sylogismus* は、何であれ冒頭で証明されるべく提示されたものを結論する。それは、われわれがユークリッドの最初の命題において言明し、そして他のすべてにおいても明らかになることであろう。³⁸

つまり、三段論法による証明を究極の形式と認め、ユークリッド『原論』の第一命題をこの形式

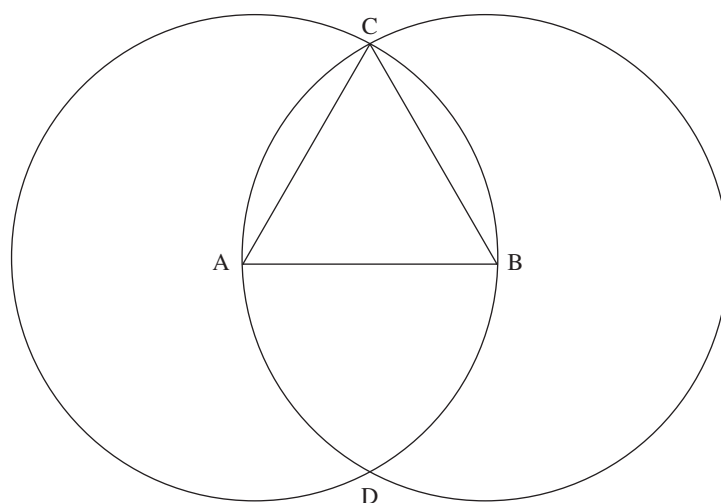


図 3

38 Clavius, *Op. cit.*, p.9. なお、数学の論証を三段論法に書き直す早い事例として、Dasypodius, *Analyseis Geometricae sex librum Euclidis*, 1566 がある。また逆に遅い事例としては、Marin Mersenne, *La Vérité des sciences* が挙げられる。これについては拙稿「懐疑主義に対峙するメルセヌ『学知の真理』における数学の確実性」『コレスポンドンス』朝日出版社、2019、p. 61-74 参照。数学の確実性論争に関するもっとも包括的な研究は、Shin Higashi, *Penser les mathématiques au XVIe siècle*, Classique Garnier, 2018。

に書き直すというものである。自身が言明している通り、第1巻定理1「与えられた有限の線分上に正三角形を作図すること」は、『原論』による証明を示した後、scholiumにおいて以下のような三段論法に書き直される。なお、番号はテキストではなく便宜のために振ったものである。

- 1: ①すべての3つの等しい辺をもつ三角形は正三角形である
 - ②三角形 ABC は3つの等しい辺をもつ
 - ③ゆえに三角形 ABC は正三角形である
 小前提（中項＝三角形 ABC は3つの等しい辺をもつ）は別の三段論法によって確証される。
- 2: ①あるものに等しいものどもは、互いに等しい。（公理1）
 - ②辺 AC, BC は、辺 AB に等しい。
 - ③ゆえに、辺 AC, BC は相互に等しく、辺 AB, AC, BC は等しい。
 この三段論法の小前提は、このように作られる。
- 3: ①中心から円周上にひかれた直線は互いに等しい。（定義15）
 - ②線分 AC, AB は、中心 A から円周 CBD に引かれている。
 - ③ゆえに線分 AC, AB は相互に等しい。
- 4: 同様に、線分 AB, BC は、中心 B から円周 CAD に引かれているので、等しい。こういうわけで、先の三段論法の小前提は全面的に確証される。³⁹

全体の構成を見ると、証明の4つのステップがそれぞれ三段論法の形式に書き直されていることが分かる。繁雑かつ冗長な論証であるが、たしかに1の小前提で「証明されるべく提示されたもの」すなわち「三角形 ABC は3つの等しい辺をもつ」が4で結論される構成になっている。

まずこの論証を数学の観点から眺めてみよう。これらの三段論法のセリを眺めるために中項だけを抜き出してまとめると、1. 三角形 ABC は3つの等しい辺をもつ、2. 辺 AC, BC は、辺 AB に等しい、3. 線分 AC, AB は、中心 A から円周 CBD に引かれている、4. 線分 AB, BC は、中心 B から円周 CAD に引かれている、となる。つまり、等辺三角形が得られたところから出発して、等辺の根拠としての円の性質（半径が等しい）に帰着させている。

これは明らかに、ギリシア幾何学に由来する解析の順序である。すなわちこの三段論法は、「探し求められているもの」であるところの作図の解である等辺三角形が得られたと仮定したうえで、それを「総合の結果としてすでに認められている」既知の定理（この場合は『原論』最初の命題なので、「円の半径は等しい」という定義）にまで帰着させるという、解析の論証方向を辿っていることが分かる。

この順序は、当然のことながら、『原論』のテキストの証明とは反対の方向である。すなわち『原論』では、A, B それぞれを中心とする円を描き、それぞれの交点を結ぶことを要請し、しかる

³⁹ Clavius, *Op. cit.*, p.28.

のちに以下のように証明を進める。

点 A は円 GDB の中心であるから、AG は AB に等しい（定義 15, 16）。一方、点 B は円 GAE の中心であるから、BG は BA に等しい（定義 15, 16）。また GA も AB に等しいことが証明された。ゆえに GA, GB の各々は AB に等しい。また同じものに等しいものは互いに等しい（共通概念）。ゆえに GA も GB に等しい。ゆえに 3 直線 GA, AB, BG は互いに等しい。⁴⁰

補助線である 2 つの円が描かれていることを前提に、円の性質を用いて各辺が等しいすなわち等辺三角形であることを導く総合の形式をとっている。この点からも、クラヴィウスがあえて総合による証明を離れて意識的に解析による論証を試みていること、そして三段論法による分析と数学の解析との間に、並行的な関係を構築しようとしていたことが看取できる。

3-2. アリストテレスと解析

次に形式論理学の観点から見ていこう。三段論法による論証を扱ったアリストテレス『分析論前書』の第 1 巻は三部に分かれていて、まず第一部が「ある前提が与えられると、そこからいかなる結論が成立するのか、またはしないのか」に関するいわゆる「総合」（26 章まで）、次いで第二部が「結論となるべき最初の論点を与えられたとすると、それをいかなる前提から推論することができるか」に関するいわゆる「分析」（27 章から 31 章）、最後に第三部が「すでに成立している推論を格へと還元し分析する」こと、すなわち「推論の還元分析」（32 章から）である⁴¹。

3-2-1. 推論の還元分析

まずは「推論の還元分析」から見ていこう。これを先の幾何学の論証に当てはめた場合、「すでに成立している推論」とは、与えられている問題「有限線分上に等辺三角形を作図する」を解答者が実際に検討したプロセスであり、具体的には、まず作図されたと仮定される等辺三角形から三辺の等しさを導き（三段論法の 1, 2 に相当）、さらにコンパスと定規のみを用いて作図された図形によって各辺を等しくとることができる（3, 4 に相当）という順に推論するはずである。そして、この推論が妥当であるか否かを確認するために、三段論法に落とし込んで判別する。これが「推論の還元分析」である。アリストテレスとりわけ『分析論』の言う「分析」とは一般にこのことだと考えられている。そこでは、一般的に与えられた問いに対して、推論が成立した後には妥当性を判断するために、推論のプロセスを形式的に書き出すことであって、発見の方法という幾何学的な解析の意義は希薄である。

40 『原論』p.187-8.

41 『アリストテレス全集 2』岩波書店、2014、p.141, n.1、p.383 註 (5)、p.533 における解説による。なお『分析論後書』では、これに因果性の論点加わり、われわれが受け入れている結論を導く原因・根拠となるような前提を探究するという意味での分析が問題になっている。アリストテレスの著作については、著作名の後に巻、章、ベッカー版のページ数を指示する。

3-2-2. 分析

引き続き、第二部で扱われる「分析」、すなわち「結論となるべき最初の論点を与えられたとすると、それをいかなる前提から推論することができるか」について見ていこう。これを幾何学の文脈に置くと、「結論となるべき最初の論点を与えられる」とは、たとえば「三角形の内角の和は二直角である」のような定理的命題、あるいは「与えられた直線上に等辺三角形を作図せよ」のような問題的命題が与えられることであり、それを「前提から推論する」とは、与えられた命題を既知の定理に帰着させることでありと解することができる。それゆえ、数学における解析との関連で吟味することが許されよう。

このアリストテレスの分析に関して参照されるのは、『分析論後書』第1巻第12章である。以下の引用は、数学の特性について言及している点でも注目に値する。

偽である前提から真である結論を提示することが不可能であったとすれば、分析することは容易であつたろう。というのも、前提と結論は必然的に置き換えられえたであろうからである。A があるとする。A があるとそれらの事柄がある。それらがあることを私は知っている（これらを B とする）。すると、これらの事柄 B から出発して、かの事柄 A を私は証示するであろう。数学における事柄つまり、前提と結論は、むしろ多く置き換えられる。数学における前提や結論は付帯的な事柄を受け入れず（数学における事柄は、このことにおいても、問答的な対話における事柄とは異なっている）、受け入れるのは定義だからである⁴²。

【偽である前提から真である結論を提示すること】

第一に、「偽である前提から真である結論を提示すること」というのは、以下のような例が可能ということである。

すべての石は動物である。

すべての人間は石である。

すべての人間は動物である。

この三段論法は3つの全称肯定の命題から構成される *barbara* に相当し、妥当な推論である。しかしながら、「すべての石は動物である」という偽なる前提から、「すべての人間は動物である」という真なる結論が導き出されている。それゆえ、正しい結論から出発しても、解析によって偽なる大前提と中項が導き出される可能性があることになる。アリストテレスが一般的な意味での解析に対して全幅の信頼を置いていない理由はここにある。

42 『分析論後書』第1巻第28章 78 a 7-8。

【置き換え】

しかしながら、もし「偽である前提から真である結論を提示すること」が不可能であったとすれば「分析することは容易」であり、その事例として数学が挙げられている。というのも数学においては、前提や結論は付帯的な事柄（つまり A さんの顔は青白いとか赤みがかかっているとかいうような偶有性にかかわる事柄）を受け入れず、本性にかかわる定義のみを受け入れているからである。たとえば、正三角形は3つの等しい辺を持つというのは、付帯的な事柄ではなく、本性に基づく定義である。そしてその場合、「前提と結論は必然的に置き換えられえ」と述べている。

この「置き換える」とは、三段論法の格に関しての言及だろうか。そうだとすると、若干の問題が生じる。たとえば先のクラヴィウスによる三段論法の第一段階を例にとるならば、

1: ①すべての3つの等しい辺をもつ三角形は正三角形である

②三角形 ABC は3つの等しい辺をもつ

③ゆえに三角形 ABC は正三角形である

の前提と結論を入れ替えると、

1': ①三角形 ABC は正三角形である

②三角形 ABC は3つの等しい辺をもつ

③ゆえにすべての3つの等しい辺をもつ三角形は正三角形である

となる。ここで「三角形 ABC は正三角形である」という言明と「すべての3つの等しい辺をもつ三角形は正三角形である」という言明が相互に矛盾するわけではない。アリストテレスが言うように、数学は「付帯的な事柄を受け入れず」、「定義のみを受け入れ」ているからである。とはいえ、「ある三角形 ABC」という特称肯定から「すべての(…)三角形」という全称肯定の結論が出てくることになってしまい、推論としては偽となる。そもそも、アリストテレス自身がこのような数学を例にとった三段論法を挙げているわけではなく、歴史的にも『原論』のような厳密な論証数学が当時すでに確立していたか定かではなく、このような意味での「入れ替え」が想定されていた可能性は低いと思われる。

このような三段論法内の入れ替えではなくて、推論の流れにおける前提と結論を入れ替えると解釈するとどうだろうか。たとえば先に中項だけを取り出して眺めた論証のシリーズ、「1. 三角形 ABC は3つの等しい辺をもつ、2. 辺 AC, BC は、辺 AB に等しい、3. 線分 AC, AB は、中心 A から円周 CBD に引かれている、4. 線分 AB, BC は、中心 B から円周 CAD に引かれている」は、「1. 線分 AB, BC は、中心 B から円周 CAD に引かれている、2. 線分 AC, AB は、中心 A から円周 CBD に引かれている、3. 辺 AC, BC は、辺 AB に等しい、4. 三角形 ABC は3つの等しい辺をもつ」と入れ替えることができる。この入れ替えの前と後は、分析と総合という論証方向の変換

に他ならない。

したがって、ここでの「置き換え」とは、三段論法の前提と結論を入れ替えることではなくて、問題を分析して前提に帰着させるという解析のあとに、帰着させた前提から演繹によって総合するという、分析と総合の互換を示していると考えられる。この解釈は、フィロポノスなどの古註や現代の注釈によっても支持されるであろう⁴³。そうだとすると、分析一般については「偽である前提から真である結論を提示する」リスクがあるとしても、数学に関するかぎりは、分析は正当な手続きとして承認されうるのである。

【 $B \Rightarrow A$ か $B \Leftarrow A$ か】

分析に関してアリストテレスは引き続き、「 A があるとする。 A があるとそれらの事柄がある。それらがあることを私は知っている（これらを B とする）。すると、これらの事柄 B から出発して、かの事柄 A を私は証示するであろう」と述べている。このことを図式的に考えてみよう。ここで総合による論証を $A \Rightarrow B$ と表記する。これを解析によって、 B という求められるべき結論から出発して A に帰着させるさいに、

- 1) B からの論理的な帰結として A を求めるのか $B \Rightarrow A$
- 2) B がそこからの帰結となるような A を求めるのか $B \Leftarrow A$

の二通りが考えられる。アリストテレスの念頭にあるのはどちらであろうか。

この相違は、一見些細なものであるが、パッポス『数学集成』第7巻冒頭でも同様の解釈上の問題を引き起こしている。前節で述べたように、解析の方法は、「認められているが如き探し求められているものから、順次帰結されるものを通して、総合によって認められるなんらかのものへと至る道」であり、これは明らかに1)に相当するものである。ところがこの後段に『数学集成』はすぐさま付け加えて、「解析では、探し求められているものを、そうになっているかのように置き (ponentes)、それが帰結となるようなものを探し、再びその前にあるものを探して、すでに知られているもの、あるいは原理としての地位を持つものに到達するまで逆戻りする」⁴⁴と述べている。ここでは傍点で強調したように、「それが帰結となるようなものを探す」こと、つまり2)に相当する論証方向が主張されているのである。数学的論証に関するかぎりでは、この両者について実質的な操作上の相違を惹起しないため特に重視しない論者がいる一方で、後段は後世の挿入でありパッポスの真意は前段すなわち1)にあると考える論者もいるが⁴⁵、解析が発見法であることを重視するならば、少なくとも数学的解析に関しては1)の方が枢要であろうと考えられる。

翻ってアリストテレスに関してはどうか⁴⁶。これまでのところわれわれは『分析論後

43 酒井健太郎『アリストテレスの知識論『分析論後書』の統一的解釈の試み』九州大学出版会、2020、p.23。

44 Pappus, *Op. cit.*, p.156.

45 これに関して日本語で読める文献だけを挙げておくと、『エウクレイデス全集』第4巻、p.16-18、マイケル・S・マホーニ（佐々木力編訳）『歴史における数学』勁草書房、1982、第二章「ギリシアの幾何学的解析のもう一つの見方」p.30-94。なお、後段を後世の注釈による挿入とみるのはマホーニである。

46 酒井健太郎、前掲書、p.23-26。

書』の記述を参照しつつ「分析」について考察してきたが、やはり『分析論前書』の関連箇所について見ておく必要があるだろう。参照すべきは、「結論となるべき最初の論点を与えられたとすると、それをいかなる前提から推論することができるか」について述べた『分析論前書』第1巻27～31章である。ここでの議論の核心は、中項の発見を可能とする推論の形式（全部で6通りある）を見出すことである。たとえば「あるEはAであるか」という特称肯定の形式で提示された問題の中項を発見したいとしよう。そうすると、主語であるEの述語項F、述語であるAの主語項Cをたてる。もしFがCと同一であれば推論が成り立ち、妥当な中項を発見できたことになる⁴⁷。

数学の例として再度クラヴィウスによって示された三段論法の3を取り上げると、「ある線分AC, ABは相互に等しい」という問題に対し、主語E[ある線分AC, AB]に述語項F[中心Aから円周CBDに引かれている]をあて、さらに述語A[相互に等しい]に主語項C[中心から円周上にひかれた直線]をあてる。ここでC[中心から円周上にひかれた直線]はF[中心Aから円周CBDに引かれている]と同一なので、こうして中項が得られ、

- ①中心から円周上にひかれた直線は互いに等しい。（定義15）
- ②線分AC, BCは、中心から円周CBDに引かれている。
- ③ゆえに線分AC, BCは相互に等しい。

という三段論法を発見できるというわけである。ここでの中項を得るという発想は、あくまで結論に適合するように中項を探すことになるので、明らかに、2) Bがそこからの帰結となるようなAを求める、に該当する。要するに、分析とは云いつつもその内実は、総合の形式に見合うような仕方でも論証の媒介となる中項を見出すことであって、いわば総合の枠組のなかで果たされる解析とも呼べるものである。こうした理解は、「われわれがある事柄を無条件的な意味で(…)知っている」と考えるのは、われわれがその事柄がなぜそうあるのかを説明する原因を、それがその事柄の原因であり、そしてその事柄が他の仕方ではありえないとする場合である⁴⁸とする、『分析論後書』の企図とも整合することになるだろう。

以上のことから明らかになるのは、今しがた見た「分析」にしろ、先に検討した「推論の還元分析」にしろ、幾何学の解析が目指していたような発見の技巧（それは多分に熟練を要求されるものではあるが）を志向したようなものではなく、前者ならばあくまで「総合」という枠組みの中で相補的に用いられるべき「分析」であるか、あるいは後者ならばすでに得られた推論を論証の形に書き出す形式化ということになる。

16世紀後半の数学的論証において、「解析」が持っていた論理学方面への射程を測ることで得られたこの結論は、アリストテレス研究の成果とも大筋において一致するものである。古典研究の泰

47 『分析論前書』第1巻第28章44a20-21。また『アリストテレス全集2』p.149の注17) 参照。

48 『分析論後書』第1巻第2章71b10。アリストテレスは「原因」について触れているが、ここでは因果性の問題には踏み込まない。なお、数学的論証に因果性を読み込むかについては、16世紀にさまざまな議論があった。

斗バーンズは、『分析論』における分析一般に関して、『分析論後書』第二巻 1, 2, 8 章で計 25 回用いられる *zetetisis* (探究) という語に注目し、「論証は探究の道具ではない、探求されるのは、論証が構成されるところの素材 *material* である」⁴⁹と結論付けている。探求されるのは三段論法を構成する中項であって、それが見いだされたのちに論証上の形式に落とし込まれる、つまり論証の「素材」となるわけである。われわれの問題に即して言い換えるならば、『分析論』はあくまで総合による論証を目指しているのであって、発見法であるところの探究は、総合による論証に適合する中項という素材を吟味するということである。このことは、クラヴィウスによる数学的証明の三段論法への書き換えに関して、「分析」は「総合」という枠組みの中で補完的に用いられるというわれわれが得た結論を、一般的な事柄において確証せしめるものである。同時にまた、弁証家たちは「何も新たなことを知るのではなく、すでに知った理論をいっそう分かり易く他人に説明するに役立ちうるのみ」⁵⁰と喝破したデカルトの見解を裏付けることにもなるだろう。

最後にクラヴィウスを振り返っておこう。分析がこのようなものとして理解されていたとするならば、クラヴィウスが「解析」に対して固有の言及をなさず付随的なステイタスしか付与しなかったことにも納得がいく。『原論』の命題 1 の三段論法による証明を記したすぐ後に、クラヴィウスは付け加える。「他のあらゆる命題は、ユークリッドのであれ、他の数学者のであれ、まったく同じ仕方で解析されうる。しかしながら、数学者たちは証明の中で、このような分析 *resolutio* を無視している。というのは、より卓越した証明から明らかにできるように、彼らは提示されているものをもっと簡明にもっと容易にそれなしに証明してしまっているからである」⁵¹と。「より卓越した証明」とは言うまでもなく総合のことである。要するにクラヴィウスにとっての「分析」は、あくまで「総合」という枠組みの中で補助的に用いられるべきものであり、その意味においては伝統的な弁証術における分析観を濃密に残しているのである。

『原論注解』の「プロレゴメナ」も、解析に対する自身の立ち位置を消極的な仕方で明らかにしているように思われる。その冒頭では、『分析論後書』の権威に拠りつつ、「常にあらかじめ知られた原理から証明されるべき結論へと進む」⁵²学知を高く評価している。これは明らかに総合によって得られる知識である。

さらにこの序文は、「数学者にとって問題とは何か、定理とは何か、命題とは何か、レンマとは

49 Jonathan Barnes, "Aristotle's Theory of Demonstration", *Phronesis*, 14(2), 1969, p.123-152. とりわけ p.144-145 参照。「すべての探求においてわれわれは、もしあるならば中項を探究するか、あるいは中項がなんであるのかを探究する」。この主題は、先に見たように『分析論前書』における「分析」を論じた 27 章から 31 章に呼応する。その第 30 章では「それぞれのものについて、それぞれにあるものが容認された場合には、もはや進んで論証を明らかにすることが、われわれのつとめである」『分析論前書』(1 巻 30 章 46 a 22-23) と述べていて、探求によって「あるものが容認」されたのちに、論証の形式へと落とし込むことが明らかにされている。

この論攷の中でバーンズは、『分析論後書』における論証 (*ἀποδεικτικός*) は、語義的には「示す」「公にする」ということであり、知識を共有する手段ないしは教示的な言説の構成法であるとして、「探求」とは区別している。この点に関して、デカルトの形而上学との関係を考察した論文として、佐藤真人「デカルト形而上学の論証の方法——類比的考察を通じて——」『フランス哲学・思想研究』26 号, 2021, p.202-213.

50 AT, X, p.406.

51 Clavius, *Op. cit.*, p.28.

52 Clavius, *Op. cit.*, p.5.

何か」、次いで「数学者にとって原理とはいったい何か」⁵³と題した節で閉じる。ここで示された「問題」から「原理」へという順序に則るならば、まず前半で「問題」を既知の定理あるいは原理に帰着させる解析について述べることが予想される。ところがその前半部では、証明 *demonstratio* のタイプを「問題」と「定理」の二つに分けることから始まりつつも、「問題的解析」の手続きについての体系的な言及はまったく見当たらない。辛うじて目につくのは、定理の論証は「偶有性 *passionem* を考察する *contemplatur*」⁵⁴ こと、問題の論証は「何かを作図することを定め、そして教える *doceo*」⁵⁵ ことといった程度であり、「発見」や「より単純な要素への帰着」といった幾何学的解析にとって本質的なキーワードが登場することはない。こうした言説は、クラヴィウスがパッポスの発見法よりもアリストテレスのオルガノンの圏内で分析を理解していることの紛うことなき証言であるように思われる。

まとめと展望

冒頭の「問題の所在」において私は、『方法序説』の第二、三の規則を「分析」「総合」と形容することが適切であるか、数学的伝統に照らしあせて吟味し、もって、自然学をも含むデカルトの方法一般についての解明に向けた予備的考察とする旨を述べた。本稿の主張は、第一に「幾何学」の構成は、ギリシア幾何学における解析の形式を意識的に踏襲していること、第二にそれゆえ自身の幾何学の一般化である『方法序説』の第三の規則は、幾何学的論証の伝統における「解析」の第二ステップである「作図可能性」に相当すること、第三にこうした思惟枠は「解析」の枠内で「総合」が果たされていると見做すことができ、それは「総合」の枠内で「分析」を行うスコラ的な伝統さらには数学者でありながらそうした思惟枠を色濃く受け継いだクラヴィウスのような16世紀の学問論から、決定的な転換を果たすものであった、ということである。

他方で本稿は、論点を数学に絞り、自然学をも含むデカルトの方法一般についての解明に向けた予備的考察でもある。数学では存在しない、あるいは重視されない諸論点が捨象されている。経験、観察の問題、論証における因果性の問題などである。さらに本稿では、「幾何学」を除いてデカルトのテキストをほとんど体系的に論じていない。まずは『規則論』の比例論や論証の学を通して、「方法」が生み出されるプロセスを検討する必要がある。さらに同時期の科学的実践と考えられる「屈折光学」を通して、デカルトの方法の具体を明るみに出す必要があるだろう。しかしこれについては、稿を改めて論じたい。

53 *Ibid.*, p.8.

54 Clavius, *Op. cit.*, p.8. パッポスにおいては、定理解析が *contemplatio* と言い換えられていることを考慮すると (Pappus, *Op. cit.*, p.157)、クラヴィウスは総合よりも解析を念頭に置いていると思われる。

55 *Ibid.*, p.8. 「教える」ことが解析と総合のいずれに適合するかについては個別の問題として論じる必要があり、ここでは深入りしない。

【付録】

【定理的解析】

定理的解析とは、定理として知られているものに解析を施して証明を容易にする方法であり、基本的には、問題の解析と同様の途を辿る。とはいえ、作図の発見を目的とする問題の解析とは違って、定理的解析では得べき結論は命題として与えられているので、たんに証明方法を思いついたプロセス（すなわちいかにして既知の定理に帰着させるか）を順序よく記述するだけのことであり、発見の技術としてはそれほど価値があるわけではない。このことはクラヴィウスが解析にあまり関心を寄せない理由ともなるので、ここで簡単な例題を見ておこう。

ここでは、『原論』第1巻定理20「三角形の二辺の和は他の一辺よりも大きい」に対してアルハセンの与えた解析を挙げる⁵⁶。

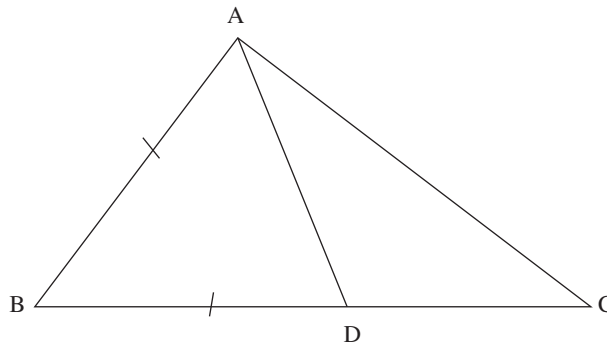


図 4

任意の三角形 ABC がある。辺 BC 上に $AB = BD$ となるように点 D をとる。そうすると、三角形 BAD は二等辺三角形である。次いで、

$$AB + AC > BC$$

を証明する。証明にあたって、解析的にこの定理が正しいと仮定する。すると、

$$AC > BC - AB$$

$$AC > BC - BD \quad (AB = BD \text{ より})$$

また、 $CD = BC - BD$ より

$$AC > CD \text{ となり。}$$

$\angle ADC > \angle CAD$ が得られる。これによって、『原論』第1巻定理18「最大の角は最大の辺に対面する」に帰着できる。ここから逆向きに

$$AC > CD$$

$$AB + AC = DC + DB$$

$$AB + AC > BC \text{ が得られる。}$$

⁵⁶ この事例は、Olivier Dubouclez, *op. cit.*, p.19-20.

このように、①命題を真であると仮定したうえで、②すでに証明された定理に帰着させる、という点で、問題的解析と同じ手続きをとる。とはいえ、作図問題とは異なって、求めるべきものがすでに与えられていること、そして証明問題というものは、そもそも証明されるべきものを真として解の糸口を得るのは当然であるため（実際にこの問題を解く人は、同じ補助線を引いて、 $\angle BAD = \angle ADB$ 、 $\angle BAD$ と $\angle ADC$ において、 BDC は二直角なので $\angle ADC > \angle CAD$ より、 $AC > DC$ 、ゆえに $AC = AB > BC$ と記し、解析という手続きをことさらに意識せずとも、解析的な発想を取り入れつつ、証明を完成させるであろう）、発見法としては重視されることはなかったように思われる。

【代数を導入した定理的解析】

ただし、定理の解析の中には、非常に興味深いことに、決して数は豊富ではないけれども数論を活用した事例がある。以下では、テオン（パッポスより少し後の4世紀中ごろの人物）に帰せられる代数学の手法を全面的に活用した解析の一つ見ていこう⁵⁷。

取り上げられる例題は『原論』13巻命題1-5である。この問題は、「もし、線分が外中比に分けられるならば、大きい部分に全体の半分を加えたものの上に立つ正方形は、全体の半分の上に立つ正方形の5倍である」というものである。外中比とは線分 AB を、 $AC : CB = AB : AC$ に分ける比のことである。

エウクレイデスの解法はもちろん総合によるものであるが、これに対してアレクサンドリアのテオンによる古註が解析による方法を示している。この場合、 AB の半分の長さを、 A から B の反対方向に取り、それを D とすると、面積が5倍であることを前提にするから、
題意より

$$AC^2 = BC \cdot AB \text{——①}$$

$$AD = 1/2 AB \text{——②}$$

$5 AD^2 = CD^2$ が成り立っていると仮定して式を変形すると、

$$5 AD^2 = (AD + AC)^2 = AD^2 + AC^2 + 2 AD \cdot AC$$

$$4 AD^2 = AC^2 + 2 AD \cdot AC = BC \cdot AB + AB \cdot AC \text{——③}$$

②より、

$$BC \cdot 2 AD + 2 AD \cdot AC = 4 AD^2$$

引き続き総合に進む。幾何学的な対応が明らかである③の式

$$4 AD^2 = AB^2 = BC \cdot AB + AB \cdot AC$$

から始まって、解析を逆向きに遡っていき、

$$5 AD^2 = CD^2$$

を導いていく。

57 この解法については、佐々木力『数学史入門』ちくま学芸文庫、2005、p.54-60、ヴィクター・J. カッツ著（上野健爾、三浦信夫監訳）『数学の歴史』共立出版、2005、p.211-212。

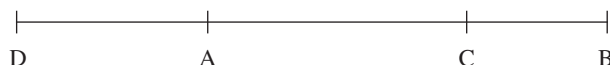


図 5

この解法は幾何学的な図形処理を一切踏まず、数論的な処理だけを施したものである。幾何の解析に際して数論を利用するというケースが、4 世紀に存在した一例となるだろう⁵⁸。ただしこれは予め証明すべき事柄が与えられている定理的解析である。未知の解を発見するための技法でありそれゆえ未知の項と既知の項を同一の式で扱う近世の解析幾何学から程遠いことは、強調しておかなければならない。

Résumé

Notre objectif consiste à évaluer le rôle de l'analyse dans la démonstration mathématique de Descartes. Pour ce faire, d'abord dans le premier chapitre, nous traiterons de la structure démonstrative des Anciens, en examinant notamment la proposition 107 du livre VII dans *La Collection mathématique* de Pappus.

Ensuite, le deuxième chapitre sera consacré à la structure démonstrative de *La Géométrie* de Descartes, en comparaison avec le texte ci-dessus envisagé de Pappus. Cette collation nous montre que la solution cartésienne du problème de Pappus (proposé dans sa *Collection*), exemplaire axial de la géométrie analytique de Descartes, est fidèle à la méthode traditionnelle de l'analyse, celle issue de la géométrie grecque. En se basant sur ces résultats, nous examinerons «le troisième précepte» exposé dans la deuxième partie du *Discours de la Méthode*, et concluons que ce précepte ne doit pas être considéré comme «synthèse», mais comme «constructibilité» dans l'analyse géométrique.

Enfin, le troisième chapitre sera destiné à examiner l'organon d'Aristote qui a formé une autre tradition de l'analyse que celle des mathématiques ; où nous éluciderons la portée de l'analyse mathématique recomposée en forme du syllogisme, à travers un commentaire fait par Clavius sur la première proposition des *Eléments* d'Euclide. Cet examen nous permettra d'affirmer que, avant Descartes, l'analyse est requiert dans le cadre de la démonstration synthétique, pourtant, après lui, la synthèse fonctionne de façon adéquate dans le cadre de la démonstration analytique.

58 古代では「万物は数である」という原理をたてたピュタゴラス派が、数論を利用した幾何学を発展させていたが、非共測量の発見によって幾何学と数論とはゲノスの異なる学問とされ、それぞれが独立するようになった、そしてそれまで数によってあらわされていた理論の幾何学化が推進され、その成果が『原論』であるという見方が長らく「定説」とされていた。こうした見方はヒース（1921）やヴァルデン（1971）など邦訳された権威のある数学史書に採用されており、また哲学的視点からも支持を得ていたが、1975 年のウングルの指摘を皮切りに、現在では大半のギリシア数学の専門家によって、実証的根拠のきわめて薄弱な学説と見なされている。『エウクレイデス全集』第 1 巻解説 pp.88-124 参照。

17 世紀の学者たちは、たしかに古代人が解析の技法を隠匿したと考えていたが、それは上記のような数学史の解釈に基づくものではなく、おそらく、パッポス『数学集成』の解析のトポスや、ここで見たような『原論』の古註からの推測ではないだろうか。