

貨幣経済における現物・先物市場の一時的一般均衡確率過程

西村 和志

要 約

貨幣のある交換経済において、腐敗財・サービスの現物・先物市場の多期間モデルによって、一時的一般均衡の確率過程を考察する。賦存量の確率過程を仮定し、期間 1 において、各消費者は、多期間の予想価格確率過程のもとで、現物市場が均衡し、消費者の最適貨幣残高が決まる。その後、多期間の先物市場が均衡する。賦存量の確率過程にしたがって、動学的現物・先物市場の多期間一般均衡確率過程が決まる。

Abstract

We shall aim for the temporary equilibrium theory in spot and forward perishable commodities markets for multi-period with fiat money, under stochastic processes of endowments. In this model, the spot market and the forward markets are segmented. In period 1, equilibrium prices are decided in the spot market, a trader holds optimal fiat money and the traders settle forward contracts in $\nu-1$ periods with fiat money held.

According to stochastic processes of endowments, stochastic multi-periods equilibrium processes are decided.

Keyword : Fiat Money, Forward Market, Temporary Competitive Equilibrium Stochastic Processes

JEL : C61, D53, D84

本研究は平成 22・23・24 年度科学研究費補助金（基盤研究（C））、課題番号（22530291）「温暖化ガス削減政策のための産業連関表分析とマクロ計量経済モデル」の助成を受けたものである。

1. は じ め に

西村 [8] において、貨幣経済に Green モデルを拡張し、先物市場は期間分断市場にした基本モデルを設定し、市場均衡の存在を示した。一方、Grandmont・Hildenbrant [1] は、2 期間・2 世代貨幣経済モデルによって、腐敗財の賦存量が定常推移確率をもち、Markov 過程にしたがう長期的確率均衡を示した。しかし、Grandmont・Hildenbrant モデルにおいて、予想は、期間 2 のみであるから、予想確率過程を考察する必要はない。予想が多期間であれば、賦存量の外生的過程を所与として、主観的予想過程（マルコフ過程）を設定することが考えられる。

本稿は、[8] の結果を用いて、[1] を多期間モデル化し、腐敗財の現物・先物市場において、消費者の最適問題をもとめる。

2. モデルの設定

消費者の最適計算で、各期間 s の予想価格離散過程に依存した最適消費量が決まり、期待効用を

最大化して、各期間 s の最適貨幣需要が決まる。先物市場において、各期間 s の最適貨幣需要をもとに、最適契約が同様に求められる。市場均衡の存在は、これまでの結果と変更はないので省略する。賦存量の確率過程とともに、次期均衡が再計算で決まり、動学過程が運行する。2 期間モデルとの違いは、予想確率過程が主観的均衡に組み込まれていることである。

現物市場における消費者の行動と計画

すべての消費者は、 ν 期間の計画期間をもつ。期間 1 は、現在を、期間 2 から期間 ν は、引き続き将来期間を表す。各期間では、消費者にとって利用可能であるが期間 2 までは貯蔵できない消費財が、 l 種類あるとする。貯蔵できない消費財を腐敗財という。その他に、貨幣があり、次期に持ち越し可能である。各期において、消費者は、貨幣に対して間接効用をもつ。貨幣は、交換手段に用いられる。通貨当局が貨幣を供給する。通貨当局は、貨幣 1 単位当たり 1 円として貨幣を通貨とする。ここで、経済は交換経済であるから、経済全体の貨幣総量 M は、固定される。市場が始まると、初期の貨幣は、第 1 期の貨幣としてもちいられる。

腐敗財の賦存量の系列 $\{e^0, e^1, e^2, \dots\}$ は、定常推移確率をもち Markov 過程にしたがう。初期賦存量 e^0 は確定しているとする。消費者は、初期から ν 期間の消費財の賦存量を最適計算にもちいるから、賦存量を $(e_1^0, \dots, e_\nu^0) \in R_+^{\nu}$ をもつ。ここで、 $e_s^0 \in R_+^l$ ($s=1, \dots, \nu$) である。賦存量の確率過程により、期間 s の賦存量の推移確率分布 $\eta_s(e^0)$ とする。この計画時の期首に、消費者は負債をもっていないとする。

仮定 2.1 系列 $\{e^0, e^1, e^2, \dots\}$ は、定常推移確率をもち Markov 過程にしたがう。

仮定 2.2 $e^0 = (e_1^0, \dots, e_\nu^0) \gg 0$ とする。

また、消費者は、市場が開かれる前、貨幣 $m_0 \geq 0$ をもつ。

仮定 2.3 $m_0 \geq 0$ とする。

ν 期間の消費流列を、 $x = (x_1, \dots, x_\nu) \in R_+^{\nu l}$ とする。消費者の今期の消費行動と将来消費計画は、期間 1 において決定される。期間 1 で、消費者が市場で取引の決定をすることを行動と呼び、 $a_1 = (x_1, m_1) \in R_+^{l+1}$ と表わす。期間 2 から期間 ν において、市場で取引の決定することを計画といい、 $a_2 = (x_2, m_2), \dots, a_\nu = (x_\nu, m_\nu) \in R_+^{l+1}$ と表わす。

期間 1 において、市場価格ベクトルは、 $p^1 = (p_1, 1, q) \in R_+^{l+1+(\nu-1)l}/\{0\}$ であり、ここで、 p_1 は、腐敗財の価格ベクトルであり、1 は、貨幣の価格である。 q は期間 2 から期間 ν の腐敗財先物価格ベクトルである。期間 2 から期間 ν の市場価格ベクトルは、 $p^2 \in R_+^{l+1}/\{0\}, \dots, p^\nu \in R_+^{l+1}/\{0\}$ である。

期間 s の価格ベクトルに対する不確実性が仮定される。

仮定 2.4 予想価格分布の系列 $\{\psi^0(p^1), \psi^1(p^1), \dots\}$ は、定常推移確率をもち Markov 過程にしたがう。

各期間 s においては、これまでの予想関数 [8] と同様に、非確率変数である現在価格 p^1 に、期間 s の予想価格確率分布を対応させる。期間 s で実現可能な価格の空間 $R_+^{l+1}/\{0\}$ で定義される、すべての確率分布全体の集合を、 $M(R_+^{l+1}/\{0\})$ とする。このとき、消費者の予想市場価格の分布は、現在価格 p^1 に対して、次のように定義される。

仮定 2.5 $\phi_s(p^1) : R_+^{l+1}/\{0\} \longrightarrow M(R_+^{l+1}/\{0\}), s=2, \dots, \nu$.

- (1) 予想形成 $\phi_s(p^1)$ は, $M(R_+^{l+1})$ が確率測度の弱収束の位相をもつとき連続である。
- (2) すべての $p^1 \in R_+^{2l+1}/\{0\}$ に対して, $\text{int co supp } \phi_s(p^1) \neq \emptyset$.
- (3) すべての $p^1 \in R_+^{2l+1}/\{0\}$ に対して, $\phi_s(p^1)(\text{int } R_+^{l+1}) = 1$.

消費者が, 消費流列 $(x_1, \dots, x_\nu)$ を選択する際に, 期間 1 の消費行動の成果 x_1 は, 確実性下であり, 期間 2 から期間 ν の将来消費行動の成果 $(x_2, \dots, x_\nu)$ は, 不確実性下にある。消費者の消費流列に対する選好は, von Neumann-Morgenstern の期待効用最大化の仮説をみたす。賦存量の確率過程により, 期間 s の賦存量の推移確率分布 $\eta_s(e^0)$ が定義できるが, 予想価格分布 $\phi_s(p^1)$ とは独立を仮定する。したがって, 期待効用は次のように定義する。

仮定 2.6 $v = u_1 + \sum_{s=2}^\nu \int_{R_+^{l+1}} u_s d\eta_s(e^0) d\phi_s(p^1)$. 2.1

この期待効用関数 v は, 市場価格 p^1 を所与として, 任意の行動 a_1, a_1' に対して, 成果の空間で定義された選好関係 $\succeq$ と次の関係があるとする。

p^1 を所与として, 任意の行動 a_1, a_1' に対して, $v(a_1, p^1) \geq v(a_1', p^1)$ ならば, そのときにかぎり, $a_1 \succeq a_1'$ とする。

先物市場における消費者の行動と計画

ν 期間の消費流列を, $x = (x_1, \dots, x_\nu) \in R_+^{\nu l}$ とする。今期の先物市場における先物契約を $c \in R^{(\nu-1)l}$ とする。消費者は, $c_{si} > 0$ であれば, 期間 s の期首に第 i 消費財を受け取る。 $c_{si} < 0$ であれば, その逆である。しかし, 決済は貨幣で行われる。

消費者は, 期間 1 において, 現物市場において, 消費行動と将来消費計画および最適貨幣残高を決定する。その後, 先物市場において, 先物契約を結ぶ。期間 1 において, 消費者が現物市場と先物市場での取引を決定することを行動 (action) と呼び, $a_1 = (x_1, m_1, c) \in R_+^{l+1} \times R^{(\nu-1)l}$ で表す。次に, 期間 s の現物市場において, 消費者が取引を決定することを計画 (plans) と呼ぶ。期間 s の計画を $a_s = x_s \in R_+^l$ で表し, 期間 s では, 貨幣は残さないとする。

期間 1 において, 市場価格ベクトルは, $p^1 = (p_1, 1, q) \in R_+^{l+1}/\{0\}$ であり, ここで, p_1 は, 腐敗する消費財の現物価格ベクトルであり, 1 は, 貨幣の価格であり, q は消費財の先物価格ベクトルである。期間 s の市場価格ベクトルは, $p^s = (p_s, 1) \in R_+^{l+1}$ である。

先物の決済は, 貨幣で行われるから, 先物契約の買い $c_{si} > 0$ は, 市場先物価格 q_{si} とすれば, $q_{si} c_{si} > 0$ を貨幣で支払い, 先物契約の売り $c_{si} < 0$ は, $-q_{si} c_{si} > 0$ を貨幣で受取る。

現物市場に対する予算制約式

消費者は, 現在においても将来においても, プライス・テーカーであるから, 期間 1 において, 価格ベクトル p^1 を所与として, $A_1 = R_+^{l+1}$ の部分集合 $\beta_1(p^1) = \{(x_1, m_1) \in A_1 \mid p_1 \cdot x_1 + m_1 \leq p_1 \cdot e_1 + m_0\}$ に制約された行動 x_1 および貨幣残高 m_1 を選択しなければならない。次に, 期間 2 から期間 ν まで不確実性下にあるため, 消費者は, 将来の現物価格 (spot prices) p_s が実現するとき, プライス・テーカーとして計画する。すなわち, 期間 s で実現する現物価格 p_s を所与として, 計画 $x_s \in A_s = R_+^l$ を立てる。期間 s の予算制約集合は, 次のように表される。

$$\beta_s(p^s) = \{x_s \in A_s \mid p_s \cdot x_s + m_s \leq p_s \cdot e_s + m_{s-1}\}.$$

先物市場に対する予算制約式

西村 [6] においては、貨幣による決済ができないため、自己清算取引条件 $q \cdot c = 0$ が予算制約式であった。貨幣による決済ができるならば、先物市場では、 $q \cdot c_s + m_{s-1}^* = 0$ が予算制約式となる。これにより、先物取引の片持ちが可能になる。たとえば、第 i 財のみの売り持ち戦略 $c_{si} < 0$ であれば、 $q_{si} c_{si} + m_{s-1}^* = 0$ より、 m_{s-1}^* を貨幣で支払う。もちろん、 m_{s-1}^* を保蔵し、自己清算取引戦略 $q_s \cdot c_s = 0$ であれば、いかなる契約価格 q_s であっても、価格はヘッジされる。このように、貨幣が市場にあれば、取引の戦略が増加する効果がある。

仮定 2.7 $q_s \cdot c_s + m_{s-1}^* = 0, s = 2, \dots, \nu.$ 2.2

現物市場の消費者の最適化問題と同様な解法をもちいるので、後場の先物市場における消費者の予算制約式は、前場の最適貨幣残高 m_{s-1}^* をもちいて、次のように表す。

$$\beta_s^e(p^2) = \{x_s \in A_s \mid p_s \cdot x_s + m_s^* \leq p_s \cdot (e_s + c_s) + m_{s-1}^*, s = 2, \dots, \nu.$$

期間 s の期首における支払い可能条件を次のように仮定する。

仮定 2.8 任意の $p_s \in \text{supp } \phi_s(p^1)$ に対して、 $p_s \cdot (e_s + c_s) + m_{s-1}^* \geq 0, s = 2, \dots, \nu.$

選好ルール

2.1 の期待効用関数 v は、市場価格 p^1 を所与として、任意の行動 a_1, a_1' に対して、成果の空間で定義された選好関係 $\succeq^e$ と次の関係があるとする。

p^1 を所与とし、任意の行動 $a_1, a_1' \in \beta_1(p^1)$ に対して、 $v(p^1, a_1) \geq v(p^1, a_1')$ であるならば、そのときにかぎり、 $a_1 \succeq_{p^1}^e a_1'$ とする。

3. 現物市場における消費者の最適化

価格を所与として、期間 1 の行動と期間 2 から期間 ν までの $\nu-1$ 期間の計画が求められる。これによって、各期の解が各期の予想価格、賦存量および貨幣の関数として表せる。問題 3.1 において、期間 1 の現物と、予想価格分布に対応する期間 2 から期間 ν までの計画が求められる。各期間のステップにおいては、ラグランジュ未定乗数法で解かれる。

問題 3.1 $p^s = (p_s, 1) \gg 0, e^s = (e_s, m_s), s = 1, \dots, \nu$ を所与として、 ν 期間の総効用を $J_\nu = \sum_{s=1}^\nu u_s(x_s)$ とおく。

$$\max_{\{x_1, \dots, x_\nu\}} J_\nu = \sum_{s=1}^\nu u_s(x_s),$$

$$\text{subject to } (p_s, 1) \cdot (x_s, m_s) = (p_s, 1) \cdot (e_s, m_{s-1}), m_\nu = 0, s = 1, \dots, \nu.$$

解 貨幣が引き続く 2 期間の制約式にまたがるので、ダイナミック・プログラミングによって解く。最終期間 ν において、消費者は貨幣を遺産として残さないとする。各期の富を $w_s = (p_s, 1) \cdot (e_s, m_{s-1}), s = 1, \dots, \nu$ とおく。各期間のステップは、ラグランジュ未定乗数法で解く。

$$v_\nu(w_1) = \max_{\{x_1, \dots, x_\nu\}} J_\nu = \max_{\Sigma_{s=1}^\nu} u_s(x_s) \quad 3.1$$

と定義する。再帰的關係式を次のように求める。3.1 式から、

$$\begin{aligned} v_\nu(w_1) &= \max_{\{x_1, \dots, x_\nu\}} \{u_1(x_1) + \Sigma_{s=2}^\nu u_s(x_s)\} \\ &= \max_{\{x_1\}} \{u_1(x_1) + \max_{\{x_2, \dots, x_\nu\}} \Sigma_{s=2}^\nu u_s(x_s)\} \\ &= \max_{\{x_1\}} \{u_1(x_1) + \max_{\{x_2, \dots, x_\nu\}} J_{\nu-1}\} \\ &= \max_{\{x_1\}} \{u_1(x_1) + v_{\nu-1}(w_2)\} \end{aligned} \quad 3.2$$

$2 \leq s \leq \nu-1$ にある第 s 期においては、

$$v_{\nu-s+1}(w_s) = \max_{\{x_s\}} \{u_s + v_{\nu-s}(w_{s+1})\}.$$

ここで、 $w_{s+1} = (p_{s+1}, 1) \cdot (e_{s+1}, m_s)$ である。

$$s=\nu \text{ に対しては, } v_1(w_\nu) = \max_{\{x_\nu\}} u_\nu.$$

後向きの解法であるから、スタートの最終期間 ν は、ラグランジュ関数 $L_1(a, \lambda_1)$ によって、次のように書かれる。

$$L_1(a, \lambda_1) = u_\nu + \lambda_1 \{p_\nu \cdot x_\nu - (p_\nu, 1) \cdot (e_\nu, m_{\nu-1})\}.$$

必要条件は、

$$\begin{aligned} \frac{\partial u_\nu}{\partial x_\nu} &= \lambda_1 \cdot p_\nu, \\ p_\nu \cdot x_\nu - (p_\nu, 1) \cdot (e_\nu, m_{\nu-1}) &= 0, \end{aligned}$$

となる。

u_ν は、凹関数を仮定している。解の存在は明らかであるから、解を $x_\nu^*(p_\nu, m_{\nu-1})$ 、 λ_1^* とする。

期間 $\nu-1$ は、 $v_1(w_\nu)$ に $x_\nu^*(p_\nu, m_{\nu-1})$ を代入し、

$$L_2(a, \lambda_2) = u_{\nu-1}(x_{\nu-1}) + u_\nu(x_\nu^*(p_\nu, m_{\nu-1})) - \lambda_2 \{(p_{\nu-1}, 1) \cdot (x_{\nu-1}, m_{\nu-1}) - (p_{\nu-1}, 1) \cdot (e_{\nu-1}, m_{\nu-2})\}$$

を解いて、解を $x_{\nu-1}^*$ 、 λ_2^* とする。 $s=1$ まで、順次、解が x_ν^* 、 $x_{\nu-1}^*$ 、 $\dots$ 、 x_1^* と求められる。□

問題 3.1 の解 x_s^* を u_s に代入すると、 $u_s(x_s^*)$ となる。この von Neumann・Morgenstern 効用関数 $u_s(x_s^*)$ を期待効用関数に代入し、次の問題 3.2 を解いて、期間 1 の現物市場における行動と期間 2 から期間 ν までの計画を決定する。 x_ν^* が決まると、期間 ν では、 $\int u_\nu(x_\nu^*) d\eta_\nu(e^0) d\psi_\nu$ によって、期待効用が計算される。DP を用いて、連鎖的な変数 m_s を各期に代入して計算する。

問題 3.2 $p^1 = (p_1, 1) \gg 0$, $e^s = (e_s, m_s)$ ($s=1, \dots, \nu$), $m_\nu = 0$ を所与として、

$$\max_{\{m_1, \dots, m_{\nu-1}\}} u_1(x_1^*(p_1, m_0)) + \Sigma_{s=2}^\nu \int u_s(x_s^*(p_s, m_{s-1})) d\eta_s(e^0) d\psi_s.$$

解 変数が引き続く 2 期間の制約式にまたがるので、ダイナミック・プログラムによって解く。各期間のステップは、ラグランジュ未定乗数法で解かれる。制約条件は $w_s = (p_s, 1) \cdot (e_s, m_{s-1})$, $s=1, \dots, \nu$ である。

$$v_\nu(w_1) = \max_{\{m_1, \dots, m_{\nu-1}\}} J_\nu = \max_{\{m_1, \dots, m_{\nu-1}\}} \{u_1(x_1^*(p_1, m_0)) + \sum_{s=2}^\nu \int u_s(x_s^*(p_s, m_{s-1})) d\eta_s(e^0) d\phi_s\} \quad 3.3$$

と定義する。再帰的關係式を求める。

$$v_\nu(w_1) = \max_{\{m_1\}} \{u_1(x_1^*) + \max_{\{m_2, \dots, m_{\nu-1}\}} \sum_{s=2}^\nu \int u_s(x_s^*) d\eta_s(e^0) d\phi_s\} \quad 3.4$$

3.4 式から、期間 $\nu-1$ の關係式を作る。

$$v_{\nu-1}(w_2) = \max_{J_{\nu-1}} J_{\nu-1} = \max_{J_{\nu-1}} \{u_2(x_2^*(p_2, m_1)) + \sum_{s=3}^\nu \int u_s(x_s^*(p_s, m_{s-1})) d\eta_s(e^0) d\phi_s\}$$

期待値をとると、

$$\begin{aligned} \int v_{\nu-1}(w_2) d\eta_2 d\phi_2 &= E[\max_{J_{\nu-1}} J_{\nu-1}] \\ &= \max \{ \int u_2(x_2^*(p_2, m_1)) d\eta_2(e^0) d\phi_2 + \sum_{s=3}^\nu \int u_s(x_s^*(p_s, m_{s-1})) d\eta_s(e^0) d\phi_s \} \\ &= \max \{ \sum_{s=2}^\nu \int u_s(x_s^*) d\eta_s(e^0) d\phi_s \}. \end{aligned}$$

3.4 式に代入すると、

$$v_\nu(w_1) = \max \{ u_1(x_1^*) + \int v_{\nu-1}(w_2) d\eta_2(e^0) d\phi_2 \}.$$

第 s 期においては、 $1 \leq s \leq \nu-1$,

$$v_{\nu-s+1}(w_s) = \max_{\{m_s\}} \{ u_s + \int v_{\nu-s}(w_{s+1}) d\eta_{s+1}(e^0) d\phi_{s+1} \} \quad 3.5$$

$s=\nu$ に対しては、 $v_1(w_\nu) = \max_{\{m_\nu\}} u_\nu$.

第 s 期における式 3.5 は、 L によって、次のように書かれる。

$$L = u(x_s^*) + \int v_{\nu-s}(w_{s+1}) d\eta_{s+1}(e^0) d\phi_{s+1}.$$

必要条件は、

$$\frac{\partial u_s}{\partial m_s} + \int \frac{\partial v_{\nu-s}(w_{s+1})}{\partial m_s} d\eta_{s+1}(e^0) d\phi_{s+1} = 0$$

となる。

u_s は、凹関数を仮定しているから、この条件は、解の必要十分条件となる。解の存在は明らかであるから、解を m_s^* とする。□

4. 先物市場における消費者の最適化

先物を導入する。貨幣は先物市場で決済手段となる。Grandmont の貨幣経済モデル [1, 2] では、少なくとも 1 消費者の相対コンパクトを仮定したが、先物市場がある場合は、予想価格が先物

価格として決定されるので、Green の共通予想の条件が仮定される。すべての取引者に、共通の相対コンパクトを仮定すれば、Green の条件と Grandmont の条件は矛盾しない。貨幣は、すでに清算センター (clearing house) に預けた貨幣と均衡した先物価格をもとに、契約の証拠金として、清算センターに差し出されるので、貨幣市場が均衡しなくなることはない。

問題 4.1 において、価格を所与として、期間 1 の行動と期間 2 から期間 ν までの $\nu-1$ 期間の計画が求められる。これによって、各期の解が各期の予想価格、賦存量および貨幣の関数として表せる。問題 4.2 において、消費者の最適先物契約が求められる。

問題 4.1 $p^s = (p_s, 1) \gg 0$, $(e_s^0, m_s^*) \gg 0$, $s=1, \dots, \nu$ を所与として、

$$\max_{\{x_1, \dots, x_\nu\}} \sum_{s=1}^{\nu} u_s(x_s),$$

subject to $(p_s, 1) \cdot (x_s, m_s^*) = (p_s, 1) \cdot (e_s + c_s, m_{s-1}^*)$, $m_\nu = 0$, $s=1, \dots, \nu$.

解 変数分離されているので、各期間において、ラグランジュ未定乗数法で解かれる。

$L = u_s(x_s) - \lambda \{p_s \cdot x_s + m_s^* - p_s \cdot (e_s^0 + c_s) - m_{s-1}^*\}$ とおく。

$$\frac{\partial u_s}{\partial x_s} = \lambda \cdot p_s,$$

$$p_s \cdot x_s + m_s^* - p_s \cdot (e_s^0 + c_s) - m_{s-1}^* = 0.$$

u_s は凹関数であるから、これらの条件は、解の必要十分条件となる。解を $x_s^*(p_s, e_s^0, c_s)$, λ^* とする。 $\square$

式 2.1 に、 $x_s^*(p_s, e_s^0, c_s)$ を代入し、 $v = u_1 + \sum_{s=2}^{\nu} \int_{R_+} u_s^*(x_s^*(p_s, e_s^0, c_s)) d\eta_s(e^0) d\psi_s(p^1)$ をえる。

問題 4.2 $q \gg 0$, $m_1^* \geq 0$ のもとで

$$\max_{\{c_2, \dots, c^1\}} \sum_{s=2}^{\nu} \int_{R_+} u_s^*(x_s^*(p_s, e_s^0, c_s)) d\eta_s(e^0) d\psi_s(p^1),$$

subject to $q_s \cdot c_s + m_{s-1}^* = 0$.

解 変数分離されているので、各期間において、ラグランジュ未定乗数法で解かれる。

$L = \int_{R_+} u_s^*(x_s^*(p_s, e_s^0, c_s)) d\eta_s(e^0) d\psi_s(p^1) - \lambda (q_s \cdot c_s + m_{s-1}^*)$ とおく。

$$\frac{\partial \int_{R_+} u_s^*(p_s, e_s^0, c_s) d\eta_s(e^0) d\psi_s(p^1)}{\partial c_s} = \lambda \cdot q_s,$$

$$q_s \cdot c_s + m_{s-1}^* = 0.$$

u_s は凹関数であるから、これらの条件は、解の必要十分条件となる。解を c_s^* , λ^* とおく。 $\square$

References

1. J. M. Grandmont and W. Hildenbrand, Stochastic Processes of Temporary Equilibria, Journal of Mathematical Economics 1 (1974), pp. 247-277.
2. J. M. Grandmont, Temporary general equilibrium theory, in K. J. Arrow and M. D. Intriligator (eds.) "Handbook of Mathematical Economics, vol. II," North-Holland, Amsterdam, (1982).

3. J. R. Green, Temporary general equilibrium in sequential trading model with spot and futures transactions, *Econometrica* 41 (1973), pp. 1103-1123.
4. K. Nishimura, Multivariate von Neumann-Morgenstern Utility and its Additive Representation, *Otemon Economic Studies* 16 (1983), pp 1-14.
5. ———, Temporary General Equilibrium in Multi-period Forward Markets, *Otemon Economic Review* vol. XXVII, No. 1, in Japanese, (1993), pp 68-87.
6. ———, Temporary General Equilibrium in Forward Markets Segmentations, *Otemon Economic Review* vol. XXX, No. 1, in Japanese, (1995), pp. 20-37.
7. ———, Temporary Competitive Equilibrium with Forward Markets Segmentation, *Otemon Economic Studies*, No. 31 (1998), pp. 27-47.
8. ———, Temporary General Equilibrium in Spot and Forward Markets with Fiat Money, *Otemon Economic Studies*, No. 44 (2011), pp. 27-35.
9. ———, Temporary Competitive Equilibrium in Spot and Forward Markets with Fiat Money, *Otemon Economic Review* vol. 47, No. 2, in Japanese, (2012), pp. 209-224.

参 考 文 献

10. 伊藤 清『確率論』岩波書店 1953 年.
11. ———『確率論 I II III』岩波講座 基礎数学 1976 年 1977 年 1978 年, 『確率論』岩波基礎数学選書再版 1990 年.
12. R. A. ハワード『ダイナミック プログラミングとマルコフ過程』関根智明・羽鳥裕久・森俊夫 訳 培風館 1971 年
13. 西尾真喜子『確率論』実教出版 1978 年.
14. 渡辺信三『確率微分方程式』数理解析とその周辺 9 産業図書 1975 年.

(平成 26 年 1 月 10 日受理)