

消費構造の変動について

中山 慶一郎

I はじめに

本稿は所得分布の変化がどのような消費構造の変動をもたらすか、また消費構造の予測を如何に行なうかについて、Iyengar 教授のモデル〔1〕を手がかりにして、一つの理論模型を提出するものである。

いま消費者の所得分布が対数正規分布をするという仮定と、所得と消費との関係をエンゲル係数が一定となる両対数エンゲル曲線を想定すれば、エンゲル係数と集中度との間には関数関係が存在する〔2〕。すなわち集中度とエンゲル係数は、エンゲル係数が1より大きくなればなるほど集中度は大になり、逆にエンゲル係数が1より小さくなればなるほど小さくなる。また集中度は所得分布のパラメータである分散の σ^2 が大きいほど大になり、 σ^2 が小さいほど小になる。換言すればエンゲル係数が一定のときの σ の値が大きくなるにつれて不平等度が大となり、 σ の値が小さくなるにつれて不平等度が小となる。

そこで所得分布の変化が消費水準、消費構造の変動にどのような影響をもたらすか、所得分布のパラメータの変動によって測定することにする。

II 問題の定式化

まず第一に消費水準をどのように測定するかを考えてみる。消費水準はある特定時点における消費パターンを示すものであるから、消費比率

(expenditure share) によって測定出来る。従って消費構造の変動は所得に対するある項目の消費支出の割合の変動によって測定することが可能であろう。

二時点間の消費水準の変化は二つの要因、所得変化と価格変化によって規定されるものと考え、所得増加は一般に消費の増加をもたらす。この場合実質所得の増加は消費構造の変化をもたらすが、名目所得の増加は消費構造の変化をもたらさない。また物価水準の変化は名目所得の変化をもたらすに過ぎないが、相対価格の変化は実質所得の変化をうながし消費構造を変動せしめる。

いま所得分布が対数正規分布 (lognormal distribution) をするものとすれば、この分布のパラメータの変動が消費水準の変化を示すことになる。一世帯当りの所得を x とすれば、基準時点の x の周辺分布は、

$$g(x) = A(\theta, \sigma^2)$$

$$\text{ただし } A(\theta, \sigma^2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} e^{-\frac{1}{2\sigma^2} \{\log x - \theta\}^2}$$

$g(x)$ は対数正規分布をする。平均 θ は位置のパラメータであって、 θ の変動は名目所得の変動と同様な効果をもたらすもので、消費パターンに変化がないとすれば消費構造には変動をもたらさない。分散 σ^2 はスケールのパラメータで、 σ の変動は相対価格の変化による実質所得変動と同様な効果を有し、消費構造の変動、従ってまた集中度の変動をもたらすものと考えられる。一般に所得が大きくなるにつれて所得の散布度は増大するので、 θ の増加は同時に σ の増加をもたらす働きがある。

比較時点の x の周辺分布は

$$g^*(x) = A(\theta^*, \sigma^{*2})$$

y をある項目に対する一世帯当りの支出とすれば、一世帯当りの所得が x なるとき特定項目 y に対する平均支出、すなわちエンゲル関数に相当す

るものは,

$$\phi(x) = E(y|x)$$

また, 所得分布が $g(x)$ のとき, ある項目 y に対する一世帯当りの平均支出は,

$$E(\phi|g) = \int_0^{\infty} \phi(x) g(x) dx$$

となる.

二時点間の消費水準の変動を消費割合の変化によって測定するものと定義したので,

$$\begin{aligned} I &= 100 \left[\frac{E(\phi|g^*)/E(x^*)}{E(\phi|g)/E(x)} - 1 \right] \\ &= 100 \left[\frac{E(\phi|g^*)}{E(\phi|g)} \cdot \frac{E(x)}{E(x^*)} - 1 \right] \end{aligned}$$

で表わすものとする.

次にエンゲル係数 η が一定となる両対数型エンゲル関数

$$\phi(x) = Ax^\eta$$

を仮定する.

すると,

$$E(\phi|g) = Ae^{\eta\theta + \frac{1}{2}\eta^2\sigma^2} \quad 2)$$

ここで所得の増加率を α とすると,

$$(1+\alpha)E(x) = E(x^*)$$

$$E(x) = e^{\theta + \frac{1}{2}\sigma^2}$$

1) $E(x) = \int_0^{\infty} xg(x)dx$, $E(x^*) = \int_0^{\infty} x^*g(x^*)dx$, 各々基準時, 比較時における平均所得.

2) 参考文献〔3〕p. 8 (2.6) 式を見よ.

$$E^*(x) = e^{\theta^* + \frac{1}{2}\sigma^{*2}}$$

であるから、

$$1 + \alpha = e^{(\theta^* - \theta) + \frac{1}{2}(\sigma^{*2} - \sigma^2)}$$

故に、

$$I = 100 \left[e^{(\theta^* \sigma^* - \theta \sigma) + \frac{1}{2}(\sigma^{*2} \eta^{*2} - \sigma^2 \eta^2)} \cdot e^{(\theta - \theta^*) + \frac{1}{2}(\sigma^2 - \sigma^{*2})} - 1 \right]$$

一般に言つて、この I が正ならばある項目 y に対する消費割合が増大し、負ならば減少し、零ならば不変となる。

平均所得 $E(x)$ は θ と σ を同時に含むので位置のパラメータとしては不適當である。そこで中位数を用いることにする。

$$M_0(x) = e^{\theta}$$

$$M_0^*(x) = e^{\theta^*}$$

$$1 + \alpha = e^{\theta^* - \theta}$$

これを用いると、

$$I = 100 \left[e^{(\theta^* \eta - \theta \eta) + \frac{1}{2}(\sigma^{*2} \eta^{*2} - \sigma^2 \eta^2)} \cdot e^{\theta^* - \theta} - 1 \right] \quad (1)$$

となる。

Ⅲ 予 測 モ デ ル

一般的に消費構造の変動は(1)式で示されるが、基準時と比較時のエンゲル係数が一定である場合を考察することにする。このことは比較的短期間にわたっては消費性向が安定していると考えられるので無理な仮定ではないと思われる。

故に $\eta^* = \eta$ を(1)式に代入して

$$I = 100 \left[e^{(\theta^* - \theta)\eta + \frac{1}{2}(\sigma^{*2} - \sigma^2)\eta^2} \cdot \frac{\theta^* - \theta}{e} - 1 \right] \quad (1)'$$

となる。

ここで集中度との関連を考察してみるならば、消費支出の所得に対するローレンツ曲線を描けば、消費支出の集中度 L および特定の支出項目に対する L_s は、

$$L = 2\phi\left(\frac{\sigma}{\sqrt{2}}\right) - 1$$

$$L_s = 2\phi\left(\frac{\sigma\eta_s}{\sqrt{2}}\right) - 1$$

で表わされる。¹⁾ただし、

$$\phi(x) = \int_{-\infty}^x \frac{1}{\sqrt{2}} e^{-\frac{t^2}{2}} dt$$

同様に比較時の集中度 L^* L_s^* は

$$L^* = 2\phi\left(\frac{\sigma^*}{\sqrt{2}}\right) - 1$$

$$L_s^* = 2\phi\left(\frac{\sigma^*\eta_s}{\sqrt{2}}\right) - 1$$

となる。

上式を変形して

$$\phi\left(\frac{\sigma}{\sqrt{2}}\right) = \frac{1}{2}(1+L)$$

$$\sigma = \sqrt{2} \phi^{-1} \left\{ \frac{1}{2}(1+L) \right\}$$

$$\sigma^* = \sqrt{2} \phi^{-1} \left\{ \frac{1}{2}(1+L^*) \right\}$$

1) 参考文献〔2〕p.127を見よ。

ここで集中度の変化率 β を導入して

$$L^* = (1 - \beta)L$$

なる関係を想定すると,

$$\sigma^* = \sqrt{2} \phi^{-1} \left[\frac{1}{2} \{1 + (1 - \beta)L\} \right]$$

同様に

$$\sigma\eta = \sqrt{2} \phi^{-1} \left\{ \frac{1}{2} 1 + L_s \right\}$$

$$\sigma^*\eta = \sqrt{2} \phi^{-1} \left[\frac{1}{2} \{1 + (1 - \beta)L\} \right]$$

$$(1)' \text{において } 1 + \alpha = e^{\sigma^* - \sigma}, \quad C(\beta, \eta) = e^{-\frac{1}{2}\eta^2(\sigma^{*2} - \sigma^2)}$$

を代入すると

$$I_{\alpha, \beta} = 100 [C(\beta, \eta)(1 + \alpha)^{\eta-1} - 1] \quad (2)$$

となる.

$C(\beta, \eta)$ は η と β によって決まる定数である. β は σ^* , $\sigma^*\eta$ に含まれている. 従って $I_{\alpha, \beta}$ は消費構造の変動を表わし, エンゲル係数 η が与えられるとすれば, $I_{\alpha, \beta}$ は所得水準の増加率 α と集中度の変化率 β , すなわち σ の大きさによって決まるのである. 消費構造の変動を予測する場合, η を一定と考えれば, α と β 或いは α と σ とのを推定することによって消費構造の変化を予測することが可能である.

次にこのモデルを検討し消費構造の変動を予測するために, パラメータに特定の値を入れてみることにする.

CaseA. $\beta = 0$ のとき. すなわち集中度に変化がない場合, この場合は所得分布のパラメータである σ が一定 ($\sigma^* = \sigma$) であるから,

$$C(\beta, \eta) = e^{-\frac{1}{2}\eta^2(\sigma^{*2} - \sigma^2)} = 1$$

従って

$$I_{a,0}(\eta) = 100[(1+\alpha)^{-1} - 1]$$

1) $\alpha > 0$ ($\theta^* > \theta$) とする. すなわち所得水準が増加していると,

$$\eta > 1 \text{ ならば } I_{a,0}(\eta) > 0$$

$$\eta = 1 \text{ ならば } I_{a,0}(\eta) = 0$$

$$\eta < 1 \text{ ならば } I_{a,0}(\eta) < 0$$

エンゲル係数が 1 よりも大なる支出項目に対しては消費比率が増加し, エンゲル係数が 1 に等しい項目に対しては消費比率が不変で, エンゲル係数が 1 より小なる項目に対しては消費比率が減少することになる.

2) $\alpha = 0$ のときは, η に関係なく常に

$$I_{a,0}(\eta) = 0$$

3) $\alpha > 0$ ($\theta^* < \theta$) 所得水準が下降する場合は

$$\eta > 1 \text{ ならば } I_{a,0}(\eta) < 0$$

$$\eta = 1 \text{ ならば } I_{a,0}(\eta) = 0$$

$$\eta < 1 \text{ ならば } I_{a,0}(\eta) > 0$$

この場合は 1) の $\alpha > 0$ のときの逆になる.

Case B. $\beta > 0$ ($\sigma > \sigma^*$) すなわち集中度が小になる場合.

$$C(\beta, \eta) = e^{-\frac{1}{2}\eta^2(\sigma^{*2} - \sigma^2)} < 1$$

$$I_{a,\beta} = 100[C(\beta, \eta)(1+\alpha)^{-1} - 1]$$

1) $\alpha > 0$ とすると

$$\eta \leq 1 \text{ ならば } I_{a,\beta}(\eta) < 0$$

$$\eta > 1 \text{ のとき}$$

一意的に消費構造の変動は決定出来ない.

2) $\alpha = 0$ ならば $I_{a,\beta}(\eta) < 0$

3) $\alpha < 0$ のとき,

$$\eta \leq 1 \text{ ならば } I_{a,\beta}(\eta) < 0$$

$$\eta < 1 \text{ ならば } I_{a,\beta}(\eta) \text{ は一意的に決まらない.}$$

Case C. $\beta < 0 (\sigma^* > \sigma)$ のとき,

$$C(\beta, \eta) = e^{\frac{1}{2}\eta^2(\sigma^{*2} - \sigma^2)} > 1$$

1) $\alpha > 0$ のとき

$$\eta \geq 1 \text{ ならば } I_{\alpha, \beta}(\eta) > 0$$

$\eta < 1$ のとき $I_{\alpha, \beta}$ は一意的に決まらない。

2) $\alpha = 0$ ならば $I_{\alpha, \beta}(\eta) > 0$

3) $\alpha < 0$ のとき

$$\eta \leq 1 \text{ ならば } I_{\alpha, \beta}(\eta) > 0$$

$\eta > 1$ ならば $I_{\alpha, \beta}(\eta)$ は一意的に決まらない。

以上を簡単に要約してみると、主として集中度が小さくなるとき、すなわち一般に所得の散らばりが小さくなって所得隔差が狭まる傾向にあるとき、消費水準が上昇し、逆の場合、集中度が大となって所得隔差が大きくなる場合は消費水準が下降する傾向にある。

IV お わ り に

このモデルは Iyengar 教授のモデルを修正したものであって、修正した点は消費構造の変動を消費割合の変化によって測定しようと試みた点と、平均消費支出を算術平均でなく中位数を用いた点である。その結果として得られたモデルは比較的簡単で見通しのよいものになっているものと考えられるが、モデルの有効性は実際の資料による計算が必要である。この点については別の機会にゆづることにしたい。

参 考 文 献

- 〔1〕 Iyengar, N. (1960) : On a problem of estimating increase in consumer demand. *Sankhyā*, 22. pp.379—390.
- 〔2〕 中山慶一郎 (1968) : 集中度とエンゲル係数. 追手門経済論集. 第Ⅲ巻第2号. pp.122—136.
- 〔3〕 Aitchison and Brown. (1957) : The lognormal distribution with special reference to its uses in Economics. Cambridge University Press.