

屈折需要曲線に対する 対称供給関数均衡解の存在とその性質

松 田 年 弘

要約： Klemperer & Meyer (1989) が導入した供給関数均衡解 (SFE) は、電力市場における市場支配力の評価にしばしば応用されてきた。しかし、小規模事業者がプライステイカーとして行動すると仮定した場合、寡占事業者に対する残存需要は屈折需要曲線となることから、SFEの適用は難しいと判断され、クールノー均衡を用いた市場支配力の評価が行われてきた。本論文では、屈折需要曲線に対する対称型のSFEの構成方法を与え、それらが利潤最大化条件を満たすことを示すことにより、SFEの存在証明を与える。また、屈折需要曲線に対するSFEの最大価格がクールノー均衡の価格よりも低くなる場合があることを指摘する。

キーワード： 供給関数均衡解、クールノー均衡、屈折需要曲線

Key Word : Supply Function Equilibria, Cournot Equilibrium, Kinked Demand Curves

1. はじめに

電気事業に競争原理を導入する政策は電力自由化と呼ばれ、1990年代から今日に至るまで殆どの先進諸国で進められている。電力自由化が成功する条件の一つは、発電事業者と小売供給事業者の電力取引が行われる卸電力市場がよく機能することである。ところが、特に電力自由化の初期にあたっては、

電力市場が既存の大規模発電事業者による寡占状態にあることが多かったので、寡占事業者による市場支配力を量的に評価することが必要とされた。卸電力市場の一つである一日前市場（Day Ahead Market）とは翌日の各時間帯の電力を取引する市場のことであり、その価格が電力の取引指標にもなることから、一日前市場における市場支配力の調査研究がとりわけ数多く行われてきた。

一日前市場では、電力需給の前日に供給側の発電事業者と需要側の小売供給事業者の双方が入札を行う。同市場では、NYMEXのようなエネルギー先物市場とは異なり、売り手の発電事業者が供給曲線を提出し、買い手の小売供給事業者が需要曲線を提出するという形式で入札が行われる。そして、翌日の時間帯ごとに全事業者の入札曲線が合算されることにより、市場全体の総供給曲線および総需要曲線が作成され、両曲線の交点から決済価格が決定される。幸いにも、Klemperer & Meyer（1989）によって導入された供給関数均衡解（Supply Function Equilibria：SFE）とは、需要曲線が不確実性を持って変動するという状況のもと、各事業者の供給曲線を戦略とするゲームの均衡解のことであり、一日前市場における潜在的な市場支配力の評価に応用可能であった。SFEの最初の応用は、Green & Newberry（1992）による英国の電力プール市場における市場支配力の評価であり、寡占状態での価格水準と発電事業者の供給曲線が推定された。

英国の電力自由化は国営発電事業の分割民営化を出発点としたため、二社の発電事業者による寡占が問題となった¹。しかし、少数の大規模な発電事業者だけではなく、多くの小規模な発電事業者が存在する場合、後者の発電事業者も分析モデルに含める必要がある。Borenstein・Bushnell・Knittel（1999）は、小規模な発電事業者がプライステイカーとして行動すると仮定し、米国カリフォルニア州の電力一日前市場における市場支配力を評価した。

1 正確には、二社のほかに原子力発電所を所有する発電事業者が存在したが、ゼロ価格で入札していたので、二社による寡占状態とみなして分析することができる。原子力発電事業者がゼロ価格で入札していた理由については、野村・松田（2000）を参照。

この場合、第三節で説明するように寡占事業者に対する残存需要は屈折需要曲線（Kinked Demand Curves）となるので、SFEの理論的仮定を満たさず、その適用は難しいとBorenstein・Bushnell・Knittel（1999）は判断し、市場支配力の評価に古典的なクールノー均衡を用いた。

確かに、Klemperer & Meyer（1989）では、需要関数は価格について二階微分可能であり、その値は非正であると仮定されている。例えば、Green & Newberry（1992）は価格の一次関数である需要曲線を仮定してSFEを求めている²。松田・手塚・吉川（2002）がSFEを用いて米国カリフォルニア州の電力一日前市場における市場支配力を評価した場合も、不確実性を示すパラメータの範囲を狭めることにより、実質的に価格の一次関数である需要曲線を仮定している。また、SFEは複数均衡であり、Klemperer & Meyer（1989）によると、一定の仮定のもとでは対称均衡解における価格の最大値はクールノー均衡のそれに等しい。この点も、Borenstein・Bushnell・Knittel（1999）は電力市場における潜在的な市場支配力の評価方法としてクールノー均衡を用いた理由の一つとして挙げている。

本論文の目的は、屈折需要曲線に対しても供給関数均衡解（SFE）が存在することを理論的に証明することである。この時、SFEは区分的に滑らかな供給関数となる。具体的には、はじめに、区分的に滑らかな需要関数に対する対称型SFEの利潤最大化一階条件を導くという一般的な問題を解く。その応用として屈折需要曲線に対する対称型SFEの利潤最大化一階条件を導き、その条件を満たす供給関数の構成方法を与える。次に、構成された供給関数がSFEの利潤最大化二階条件を満たすことを証明する。更に、屈折需要曲線のもとでの対称型SFEの最大価格について検討し、その値がクールノー均衡で実現される価格と常に一致するのではなく、それよりも低い場合があることを証明する。

2 同論文で仮定された一次需要関数は価格について二階微分可能であり、その値はゼロである。なお、屈折需要関数は屈折点において微分可能ではない。

2. 区分的に滑らかな需要曲線に対するSFEの一階条件の導出

本稿の基本的なアイデアは、需要関数が屈折点を持つなど区分的に滑らか (piecewise smooth)³である場合、供給関数も区分的に滑らかな関数に拡張することにより、供給関数均衡解 (SFE) の存在を証明することである。本節では、需要関数と供給関数が区分的に滑らかな場合の対称SFEの利潤最大化の一階条件を導出する。区分的に滑らかな関数の極大条件は、滑らかな関数の極大条件とは異なるので⁴、一階条件をあらためて導出する必要がある。

市場全体の需要関数 $D(p, \varepsilon)$ は、 p を市場価格として、(1) 式で表示される。 $D(p)$ は区間 $[0, +\infty)$ で定義された区分的に滑らかな関数であり、 $D_p(p) < 0$ と仮定する。

$$D(p, \varepsilon) = D(p) + \varepsilon \quad (1)$$

ε は需要の不確実性を示すパラメータであり、 ε の実現値に応じて需要曲線は平行移動する。また、パラメータがとりうる値の上限と下限を示すサポート $[\underline{\varepsilon}, \bar{\varepsilon}]$ が与えられる。不確実性パラメータの下限 $\underline{\varepsilon}$ は、 $D(0, \underline{\varepsilon}) = 0$ を満たすものとする。

市場に参加する事業者は i, j の2企業として、その供給関数を $S_i(p), S_j(p)$ で表記する。 $S_i(p), S_j(p)$ は区間 $[0, +\infty)$ で定義された区分的に滑らかな関数であり、 $S_i'(p) \geq 0, S_j'(p) \geq 0$ と仮定する⁵。企業の費用関数 $C(S)$ は2企業で同一とし、区間 $[0, +\infty)$ で定義され、二階微分可能であり、 $C''(S) > 0, C'(S) \geq 0, C'(0) = 0$ と仮定する。

3 連続な関数 $f(x)$ が区分的に滑らかとは、任意の区間について有限個の点を除いて滑らか (連続微分可能な関数、 C^1 級の関数とも呼ぶ) であり、除外点 ($a_i, i = 1, 2, \dots$) では左右に微分可能、 $\lim_{x \rightarrow a_i+0} f'(x) = f'(a_i+0)$ 、 $\lim_{x \rightarrow a_i-0} f'(x) = f'(a_i-0)$ である。

4 滑らかな関数 $f(x)$ が $x=a$ において極大値をとる必要条件是 $f'(a) = 0$ であるが、区分的に滑らかな関数 $f(x)$ が除外点 $x=a$ において極大値をとる必要条件是 $f'(a) = 0$ ではない。(4) 式を参照のこと。

5 市場価格が一意的に決定されるための仮定である。なお、電力市場では非負の傾きを持つ供給曲線、および非正の傾きを持つ需要曲線で入札することが求められる。

いま、不確実性を持つ需要曲線のもとで寡占企業 i, j の利潤 π_i と利潤 π_j を利得とするゲームを考える。需要曲線の不確実性を示すパラメータ ε の任意の実現値に対して、企業 i, j の供給関数の組み合わせ $(S_i(p), S_j(p))$ がナッシュ均衡になるものがSFEと定義される。さて、企業 i の利潤関数 $\pi_i(p, \varepsilon; S_j(p))$ は(2)式で与えられ、仮定から区分的に滑らかな関数となる。

$$\pi_i(p, \varepsilon; S_j(p)) = p((D(p) + \varepsilon) - S_j(p)) - C_i((D(p) + \varepsilon) - S_j(p)) \quad (2)$$

利潤関数 $\pi_i(p, \varepsilon; S_j(p))$ の導関数は、除外点を端点に持つ各区間において、(3)式で与えられる。

$$\frac{d}{dp} \pi_i(p, \varepsilon; S_j(p)) = D(p) + \varepsilon - S_j(p) + [p - C'(D(p) + \varepsilon - S_j(p))] [D_p(p) - S_j'(p)] \quad (3)$$

p が利潤関数の除外点でない点 p_0 において極大値をとる場合は $\frac{d}{dp} \pi_i(p, \varepsilon; S_j(p)) = 0$ である。除外点である点 p_1 において極大値をとる場合は(4)式を満たす。

$$\begin{aligned} \lim_{p \rightarrow p_1 - 0} \frac{d}{dp} \pi_i(p, \varepsilon; S_j(p)) &\geq 0 \\ \lim_{p \rightarrow p_1 + 0} \frac{d}{dp} \pi_i(p, \varepsilon; S_j(p)) &\leq 0 \end{aligned} \quad (4)$$

いま、 $\lim_{p \rightarrow p_1 + 0} \frac{d}{dp} \pi_i(p, \varepsilon; S_j(p)) = M < 0$ と仮定する⁶。ここで $\frac{d}{dp} \pi_i(p, \varepsilon; S_j(p))$ は、 p_1 の左近傍と右近傍において、 ε についてそれぞれ連続である。更に、

$$\frac{d}{d\varepsilon} \left[\frac{d}{dp} \pi_i(p, \varepsilon; S_j(p)) \right] = 1 + [D_p(p) - S_j(p)] [-C''(1)] > 0$$

なので、 $\Delta \varepsilon > 0$ を十分小さくとると、 $\lim_{p \rightarrow p_1 + 0} \frac{d}{dp} \pi_i(p, \varepsilon + \Delta \varepsilon; S_j(p)) < 0$ 、

6 利潤関数である(2)式が区分的に滑らかなことから、この極限值が存在する。

かつ $\lim_{p \rightarrow p_1-0} \frac{d}{dp} \pi_i(p, \varepsilon + \Delta \varepsilon; S_j(p)) > 0$ とすることができる。従って、 $p = p_1$ は、任意の $\varepsilon' \in [\varepsilon, \varepsilon + \Delta \varepsilon]$ において、 $\pi_i(p, \varepsilon'; S_j(p))$ の最大値を与える。よって、 $\varepsilon' \in [\varepsilon, \varepsilon + \Delta \varepsilon]$ に対して、 $S_i(p_1) = D(p_1) + \varepsilon' - S_j(p_1)$ は ε' に応じて異なる値をとる。これは $S_i(p)$ が p の一価関数であることに反する。
 $\lim_{p \rightarrow p_1-0} \frac{d}{dp} \pi_i(p, \varepsilon; S_j(p)) = N > 0$ の場合についても、同様に矛盾を導くことができる。従って、(5) 式が成立する。

$$\begin{aligned} \lim_{p \rightarrow p_1-0} \frac{d}{dp} \pi_i(p, \varepsilon; S_j(p)) &= 0 \\ \lim_{p \rightarrow p_1+0} \frac{d}{dp} \pi_i(p, \varepsilon; S_j(p)) &= 0 \end{aligned} \quad (5)$$

(5) 式に需給均衡式 $S_i(p) = D(p, \varepsilon) - S_j(p)$ 、対称解であることから $S_i(p) = S_j(p) = S(p)$ 、 $S(p)$ は連続関数なので $\lim_{p \rightarrow p_1-0} S(p) = \lim_{p \rightarrow p_1+0} S(p) = S(p)$ を代入すると、除外点 $p = p_1$ について (6) 式が得られる。

$$\begin{aligned} \lim_{p \rightarrow p_1-0} S'(p) &= \frac{S(p)}{p - C'(S(p))} + \lim_{p \rightarrow p_1-0} D_p(p) \\ \lim_{p \rightarrow p_1+0} S'(p) &= \frac{S(p)}{p - C'(S(p))} + \lim_{p \rightarrow p_1+0} D_p(p) \end{aligned} \quad (6)$$

仮定から $S(p)$ は連続関数なので、 $S'(p)$ が不連続となる除外点は、 $D_p(p)$ が不連続となる除外点のみであることが (6) 式からわかる。また、 $S(p)$ は区分的に滑らかであることから、 $\lim_{p \rightarrow p_1+0} S'(p) = S'(p_1+0)$ 、 $\lim_{p \rightarrow p_1-0} S'(p) = S'(p_1-0)$ なので⁷、 $D_p(p)$ が不連続となる除外点を $p_1, p_2, \dots, p_k, \dots$ と表記すると、(7) 式の微分方程式として区分ごとに記述することができる。

$$S'(p) = \frac{S(p)}{p - C'(S(p))} + D_p(p) \quad (p_{k-1} \leq p \leq p_k, k = 1, 2, 3, \dots) \quad (7)$$

7 区分的に滑らかな関数の定義に関する脚注3を参照のこと。

3. 屈折需要曲線に対するSFEの一階条件を満たす供給曲線の構成方法

屈折需要曲線を持つ市場モデルの仮定を詳細に述べる。市場全体の需要関数 $D(p, \varepsilon)$ は、前節で述べた仮定よりも具体的に設定され、(8)式で表示される。 m_1 は正の定数であり、前節で述べたように ε は不確実性を示すパラメータである。

$$D(p, \varepsilon) = -m_1 p + \varepsilon \quad (8)$$

市場に参加する企業のうち、小規模な事業者 (Fringe Firms) はプライステイカーとして行動するものと仮定する。いま、小規模事業者の限界コスト関数 $C_f'(S)$ を足し合わせた $\Sigma C_f'(S) = p$ の逆関数を $S = S_f(p)$ と表記し、小規模事業者の限界コストの最大値を p_k と表記する。 m_2 を正の定数として $S_f(p) = m_2 p$ と線形近似できると仮定すると、残存需要関数 (Residual Demand Function) である $D_r(p, \varepsilon) = D(p, \varepsilon) - S_f(p)$ は、(9)式で表される屈折需要曲線となる。

$$\begin{aligned} D_r(p, \varepsilon) &= -m_1 p + \varepsilon, \quad (p_k < p) \\ &= -(m_1 + m_2)p + \varepsilon, \quad (0 \leq p \leq p_k) \end{aligned} \quad (9)$$

市場に参加する大規模な事業者は i, j の2企業として、その供給関数である $S_i(p), S_j(p)$ が満たす仮定については前節で述べたとおりである。 $S_i(p) = S_j(p) = S(p)$ という対称型のSFEの利潤最大化一階条件は前節で導いた(7)式で与えられるので、(9)式の残存需要曲線に対しては(10)式と(11)式の微分方程式が一階条件となる。

$$S'(p) = \frac{S(p)}{p - C'(S)} - m_1, \quad (p_k \leq p) \quad (10)$$

$$S'(p) = \frac{S(p)}{p - C'(S)} - (m_1 + m_2), \quad (0 \leq p \leq p_k) \quad (11)$$

$S'(p) \geq 0$ という仮定を満たすには、利潤が非負となる $p - C'(S) \geq 0$ に加え、

(10) 式と (11) 式から導かれる (12) 式と (13) 式の二つの不等式を満たす領域に供給曲線が存在しなければならない。

$$f_1(p, S) = S - m_1(p - C'(S)) \geq 0, (p_k < p) \quad (12)$$

$$f_2(p, S) = S - (m_1 + m_2)(p - C'(S)) \geq 0, (0 \leq p \leq p_k) \quad (13)$$

すなわち、図 1 において $f_1(p, S) \geq 0$ 、 $f_2(p, S) \geq 0$ 、 $p - C'(S) \geq 0$ の領域に供給曲線が存在すれば、その傾きは $S'(p) \geq 0$ となる。この領域を Ω と表記する。なお、 $f_1(p, S) = 0$ と $f_2(p, S) = 0$ は、 $C''(S) > 0$ から、 S が増加すれば p は単調に増加する曲線である。

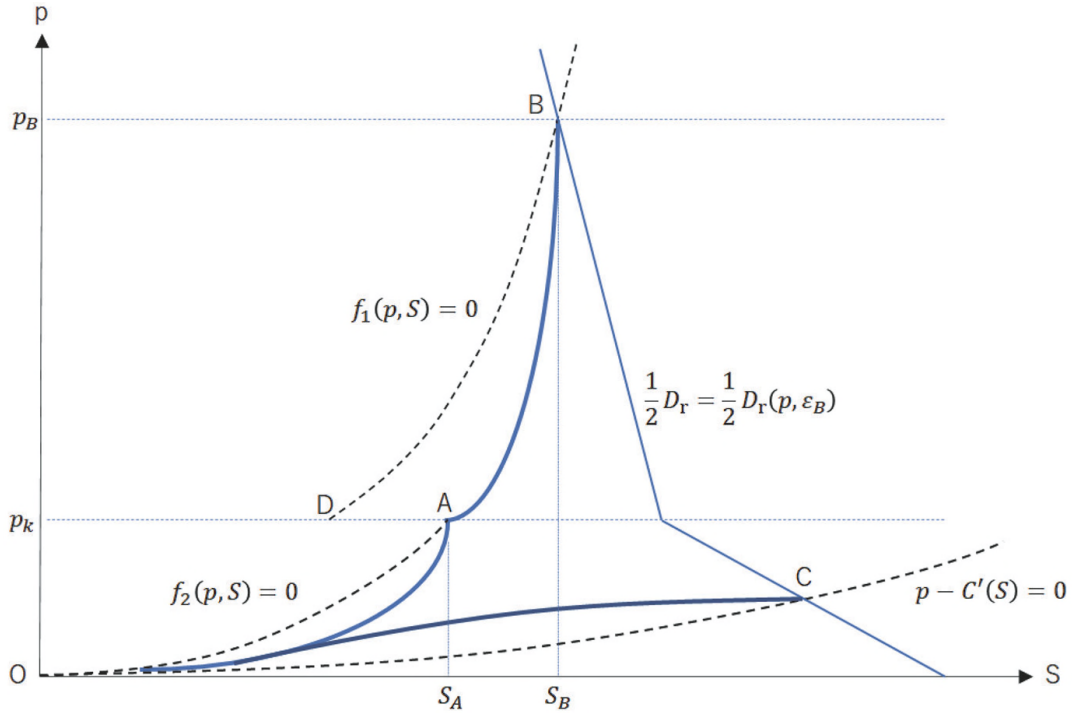


図 1 SFEの一階条件を満たす供給曲線

ここで、領域 Ω において (11) 式を満たす供給曲線の軌跡が原点 O を通ることを証明しておこう。曲線 $f_2(p, S) = 0$ の傾きは、(13) 式から $dS/dp = 1/C''(S) > 0$ である。曲線 $f_2(p, S) = 0$ の上では軌跡の傾きは $S'(p) = 0$ なので、領域 Ω 内の軌跡が、 p が減少する過程で $f_2(p, S) = 0$ に達することは不可能である。曲線 $p - C'(S) = 0$ の傾きも $dS/dp = 1/C''(S) > 0$ なので、同様の理由により、領域 Ω 内の軌跡が、 p が減少する過程で $p - C'(S) = 0$ に達することは不可

能である。これら二つの要請から、 $0 \leq p \leq p_k$ における領域 Ω 内の軌跡は $p \rightarrow 0$ で(11)式の特異点である原点 O に収束することがわかる。

次に、原点 O から出発した(11)式の軌跡を考えよう。 p が増加するにつれ、もしも $0 < p < p_k$ において曲線 $f_2(p, S) = 0$ または曲線 $p - C'(S) = 0$ に達した場合、その後に軌跡はそれぞれ領域 Ω の外部である $f_2(p, S) < 0$ または $p - C'(S) < 0$ の領域に入るので、 $S'(p) < 0$ となる。 $0 < p < p_k$ において曲線 $f_2(p, S) = 0$ または曲線 $p - C'(S) = 0$ に達することがなかった場合、供給曲線は $p \geq p_k$ において(10)式に従う軌跡となる。もしも $p \geq p_k$ において曲線 $f_1(p, S) = 0$ または曲線 $p - C'(S) = 0$ に達した場合、その後に軌跡はそれぞれ領域 Ω の外部である $f_1(p, S) < 0$ または $p - C'(S) < 0$ の領域に入るので、 $S'(p) < 0$ となる。

さて、2企業 i, j の供給曲線の和である総供給曲線が、不確実性パラメータの上限値 $\bar{\varepsilon}$ に対応する残存需要曲線 $D_r = D_r(p, \bar{\varepsilon})$ と交わるまで、供給曲線は(10)式と(11)式を満たす必要がある。(10)式と(11)式を満たす軌跡 $S(p)$ は一意的ではないので、SFEは複数均衡となる。いま、 $2S(p) = D_r(p, \bar{\varepsilon})$ の解を $p(\bar{\varepsilon})$ と表記して、均衡解の集合において $p(\bar{\varepsilon})$ が最大値となる軌跡をHigh Trajectory、最小値となる軌跡をLow Trajectoryと定義する⁸。この時、(10)式と(11)式を満たす他の軌跡はHigh TrajectoryとLow Trajectoryの間に存在する。

上述したように、 $0 \leq p \leq p(\bar{\varepsilon})$ において供給曲線は(10)式と(11)式を満たすが、 $p > p(\bar{\varepsilon})$ において供給曲線は(10)式と(11)式を満たす必要はない。供給曲線は仮定から区間 $[0, +\infty)$ における関数なので、 $p > p(\bar{\varepsilon})$ における $S(p)$ を定義する必要がある。 $S'(p(\bar{\varepsilon})) < +\infty$ である場合、すなわち $p(\bar{\varepsilon}) - C'(S(p(\bar{\varepsilon}))) > 0$ であれば(14)式によって供給関数を $p > p(\bar{\varepsilon})$ で定義する。 $S'(p(\bar{\varepsilon})) = +\infty$ である場合、すなわち $p(\bar{\varepsilon}) - C'(S(p(\bar{\varepsilon}))) = 0$ であれば(15)式によって供給関数を $p > p(\bar{\varepsilon})$ で定義する⁹。ただし、(15)式の k は

8 最大値と最小値の存在については、次に述べる「(10)式と(11)式および $S'(p) \geq 0$ を満たす軌跡 $S = S(p)$ の構成方法」によって保証される。

9 $S'(p(\bar{\varepsilon})) = +\infty$ となる場合は後述するLow Trajectoryだけである。また、(15)式で延長する場合、 $p = p(\bar{\varepsilon})$ において $S'(p)$ は連続ではなく、除外点となる。また、 k を十分小さくすることで $\bar{S}'(p) \geq 0$ とできる。 k の大きさについては(19)式も参照。

十分小さな正数とする。

$$\bar{S}(p) = S'(p(\bar{\varepsilon})) (p - p(\bar{\varepsilon})) + S(p(\bar{\varepsilon})) \quad (14)$$

$$\bar{S}(p) = D_r(p, \bar{\varepsilon}) + \frac{1}{k} \sqrt{p - p(\bar{\varepsilon})} - S(p(\bar{\varepsilon})) \quad (15)$$

(14) 式と (15) 式の延長により、 $0 \leq p < +\infty$ において $S(p)$ が利潤最大化条件を満たすことは次節で証明する。

これまでに述べた軌跡の性質をふまえ、不確実性パラメータの上限である $\bar{\varepsilon}$ の大きさに応じて、(10) 式と (11) 式および $S'(p) \geq 0$ を満たす軌跡 $S = S(p)$ の構成方法を与える。なお、不確実性パラメータの下限 $\underline{\varepsilon}$ は $D_r(0, \underline{\varepsilon}) = 0$ を満たすものとする。

以下の記述に使用される記号の説明を行う。図 1 に示すように、 S_A は $p = p_k$ と曲線 $f_2(p, S) = 0$ の交点 A の S 座標の値を示す。点 A を通る (11) 式の軌跡が曲線 $f_1(p, S) = 0$ に達する場合（以下、「交点 B が存在する場合」と呼ぶ）、 S_B は交点 B の S 座標の値を示す。パラメータ ε_A は $D_r(p_k, \varepsilon) = 2S_A$ を満たし、パラメータ ε_B は $D_r(p_B, \varepsilon) = 2S_B$ を満たすものとする。

(i) $\bar{\varepsilon} < \varepsilon_A$ の場合

$f_2(p, \frac{1}{2} D_r(p, \bar{\varepsilon})) = 0$ を満たす p を $p_H(\bar{\varepsilon})$ と表記すると、 $p = p_H(\bar{\varepsilon})$ で曲線 $f_2(p, S) = 0$ に達する (10) 式の軌跡が High Trajectory である。 $p - C'(\frac{1}{2} D_r(p, \bar{\varepsilon})) = 0$ を満たす p を $p_L(\bar{\varepsilon})$ と表記すると、 $p = p_L(\bar{\varepsilon})$ で曲線 $p - C'(S) = 0$ に達する (10) 式の軌跡が Low Trajectory である。

(ii) 交点 B が存在し、 $\varepsilon_A \leq \bar{\varepsilon} < \varepsilon_B$ の場合

座標 (p_k, S_A) で与えられる点 A を通る (10) 式と (11) 式の軌跡が High Trajectory である。 $p = p_L(\bar{\varepsilon})$ で曲線 $p - C'(S) = 0$ に達する (10) 式と (11) 式の軌跡が Low Trajectory である。

（iii）交点Bが存在せず¹⁰、 $\varepsilon_A \leq \bar{\varepsilon}$ の場合

座標 (p_k, S_A) で与えられる点Aを通る（10）式と（11）式の軌跡がHigh Trajectoryである。 $p = p_L(\bar{\varepsilon})$ で曲線 $p - C'(S) = 0$ に達する（10）式と（11）式の軌跡がLow Trajectoryである。

（iv）交点Bが存在し、 $\varepsilon_B \leq \bar{\varepsilon}$ の場合

$f_1(p, \frac{1}{2}D_r(p, \bar{\varepsilon})) = 0$ を満たす p を $p_h(\bar{\varepsilon})$ と表記すると、 $p = p_h(\bar{\varepsilon})$ で $f_1(p, S) = 0$ に達する（10）式と（11）式の軌跡がHigh Trajectoryである。 $p = p_L(\bar{\varepsilon})$ で曲線 $p - C'(S) = 0$ に達する（10）式と（11）式の軌跡がLow Trajectoryである。

以上のように構成した供給関数 $S = S(p)$ が区分的に滑らかであること、一階条件である（10）式と（11）式を満たすこと、および $S'(p) \geq 0$ であることは明らかである。例えば、図1において点O・点A・点Bを通る軌跡は $\varepsilon_A \leq \bar{\varepsilon} < \varepsilon_B$ におけるHigh Trajectoryを示し、点O・点Cを通る軌跡は $\bar{\varepsilon} = \varepsilon_A$ におけるLow Trajectoryを示している。 $0 \leq p \leq p(\bar{\varepsilon})$ におけるHigh Trajectoryは除外点の $p = p_k$ のみで微分不可能であり、除外点を除く区間においては p について滑らかな供給関数である。

4. 構成された供給曲線が利潤最大化の二階条件を満たす証明

第三節で構成した「SFEの一階条件を満たす供給曲線」が、利潤最大化の二階条件を満たすことを本節で証明する。（3）式で与えられる利潤関数 $\pi_i(p, \varepsilon; S_j(p))$ の導関数に対し、 $0 \leq p \leq p(\bar{\varepsilon})$ の区間で $S_j(p)$ が満たす一階条件（7）式を代入すると、（16）式が得られる¹¹。なお、 $D_r(p, \varepsilon) - S_j(p) < 0$

10 点Aを通る（11）式の軌跡が曲線 $f_1(p, S) = 0$ に達しない場合、上限 $\bar{\varepsilon}$ が一定の大きさを超えると、点Aを通る軌跡が半需要曲線 $\frac{1}{2}D_r(p, \bar{\varepsilon}) = \frac{1}{2}D_r(p) + \frac{1}{2}\bar{\varepsilon}$ と曲線 $p - C'(S) = 0$ の交点に達せず、SFEが存在しないケースがある。ただし、不現実性パラメータの下限が $\underline{\varepsilon} \geq \varepsilon_A$ を満たせば、（11）式の軌跡のみを考えれば良いので、同交点に達する軌跡（SFE）は存在する。下限 $\underline{\varepsilon}$ が $D_r(0, \underline{\varepsilon}) = 0$ を満たさないケースの詳細については、本論文では省略する。

11 残存需要に対する利潤関数を考えている。なお、（16）式に現れる関数はすべて連続であり、もはや区分ごとに記述する必要はない。

となる場合は、企業*i*にとっての残存需要はゼロであるとみなす。

$$\frac{d\pi_i(p, \varepsilon, S_j(p))}{dp} = D_r(p, \varepsilon) - S_j(p) - [p - C'(D_r(p, \varepsilon) - S_j(p))] \frac{S_j(p)}{p - C'(S_j(p))} \quad (16)$$

いま、 $D_r(p, \varepsilon) - S_j(p) = X$ 、 $p - C'(S_j(p)) = Y$ 、 $p - C'(D_r(p, \varepsilon) - S_j(p)) = W$ 、 $S_j(p) = Z$ と表記する。これらを (16) 式に代入すると、(17) 式が得られる。

$$\frac{d\pi_i(p, \varepsilon, S_j(p))}{dp} = \frac{XY - WZ}{Y} \quad (17)$$

区間 $[0, p(\bar{\varepsilon})]$ ではLow Trajectoryとなる $S_j(p)$ を除いて (17) 式の分母が $Y > 0$ となるので、まず、Low Trajectoryを除く供給曲線 $S_j(p)$ について、区間 $[0, p(\bar{\varepsilon})]$ における (16) 式の符号を判定する。以下では、 $D_r(p, \varepsilon) - S_j(p) = S_j(p)$ を満たす p を $p(\varepsilon)$ と表記する¹²。第三節で示された供給曲線の構成方法から、 $0 < p(\varepsilon) \leq p(\bar{\varepsilon})$ である。

(a) $D_r(p, \varepsilon) - S_j(p) > S_j(p)$ の場合

$C''(S) > 0$ から、 $p - C'(D_r(p, \varepsilon) - S_j(p)) < p - C'(S_j(p))$ が得られる。従って、 $XY - WZ > 0$ であり、 $\frac{d\pi_i(p, \varepsilon, S_j(p))}{dp} > 0$ である。また、 $S_j'(p) \geq 0$ から、(a) では $p < p(\varepsilon)$ である。

(b) $D_r(p, \varepsilon) - S_j(p) = S_j(p)$ の場合

$XY - WZ = 0$ であり、 $\frac{d\pi_i(p, \varepsilon, S_j(p))}{dp} = 0$ である。また、(b) では $p = p(\varepsilon)$ である。

(c) $D_r(p, \varepsilon) - S_j(p) < S_j(p)$ の場合

$C''(S) > 0$ から、 $p - C'(D_r(p, \varepsilon) - S_j(p)) > p - C'(S_j(p))$ が得られる。従って、 $XY - WZ < 0$ であり、 $\frac{d\pi_i(p, \varepsilon, S_j(p))}{dp} < 0$ である。また、 $S_j'(p) \geq 0$ から、(c) では $p > p(\varepsilon)$ である。

12 第三節において、 $2S(p) = D_r(p, \bar{\varepsilon})$ の解を $p(\bar{\varepsilon})$ と表記すると定めた。第四節では $D_r(p, \varepsilon) - S_j(p) = S_j(p)$ を満たす p を $p(\varepsilon)$ と表記すると定めたが、 $\varepsilon = \bar{\varepsilon}$ の場合、これらの表記方法は互いに矛盾しない。

(a), (b), (c) から、Low Trajectoryを除く供給曲線 $S_j(p)$ については、区間 $[0, p(\bar{\varepsilon})]$ において利潤 $\pi_i(p, \varepsilon; S_j(p))$ が $p = p(\varepsilon)$ で最大値をとることがわかる。

Low Trajectoryとなる供給曲線 $S_j(p)$ については、 $\varepsilon = \bar{\varepsilon}$ の場合に $p(\bar{\varepsilon}) - C'(S_j(p(\bar{\varepsilon}))) = 0$ となる。従って、(16) 式から $\lim_{p \rightarrow p(\bar{\varepsilon})-0} \frac{d}{dp} \pi_i(p, \varepsilon; S_j(p)) = +\infty$ である。よって、 $0 \leq p < p(\bar{\varepsilon})$ において $\frac{d\pi_i(p, \varepsilon; S_j(p))}{dp} > 0$ であり、やはり $p = p(\bar{\varepsilon})$ で利潤が最大値をとることがわかる。

次に、 $p > p(\bar{\varepsilon})$ において $\pi_i(p, \varepsilon; \bar{S}_j(p)) < \pi_i(p(\bar{\varepsilon}), \varepsilon; S_j(p))$ を示すことができる。区間 $[0, +\infty)$ において利潤 $\pi_i(p, \varepsilon; S_j(p))$ が $p = p(\varepsilon)$ で最大値をとることが証明できる。 $S_j'(p(\bar{\varepsilon})) < +\infty$ である場合、 $\bar{S}_j(p)$ を与える (14) 式を (3) 式に代入することにより、

$$\begin{aligned} \frac{d}{dp} \pi_i(p, \varepsilon; \bar{S}_j(p)) &= D_r(p) + \varepsilon - [S_j'(p(\bar{\varepsilon})) (p - p(\bar{\varepsilon})) + S_j(p(\bar{\varepsilon}))] + \\ &[p - C'(D_r(p) + \varepsilon - [S_j'(p(\bar{\varepsilon})) (p - p(\bar{\varepsilon})) + S_j(p(\bar{\varepsilon}))])] [\frac{d}{dp} D_r(p) - S_j'(p(\bar{\varepsilon}))] \end{aligned}$$

が得られる。(b) と (c) から $\frac{d\pi_i(p(\bar{\varepsilon}), \varepsilon; S_j(p))}{dp} < 0$ であり、 $C''(S) > 0$ から、 $p > p(\bar{\varepsilon})$ において $\frac{d\pi_i(p, \varepsilon; \bar{S}_j(p))}{dp} \leq \frac{d\pi_i(p(\bar{\varepsilon}), \varepsilon; S_j(p))}{dp} < 0$ である。従って、 $p > p(\bar{\varepsilon})$ において、 $\pi_i(p(\bar{\varepsilon}), \varepsilon; S_j(p)) > \pi_i(p, \varepsilon; \bar{S}_j(p))$ であることが示された。

$S_j'(p(\bar{\varepsilon})) = +\infty$ である場合、 $\bar{S}_j(p)$ を与える (15) 式を (2) 式に代入し、 $p > p(\bar{\varepsilon})$ において、 $\pi_i(p(\bar{\varepsilon}), \varepsilon; S_j(p)) > \pi_i(p, \varepsilon; \bar{S}_j(p))$ であることを示せば良い。表記の簡単化のために、 $\pi_i(p(\bar{\varepsilon}), \varepsilon; S_j(p)) - \pi_i(p, \varepsilon; \bar{S}_j(p)) = \Delta \pi_i(\varepsilon)$ 、 i 企業の残存需要を $D(p, \varepsilon) - \bar{S}_j(p) = S_i(p, \varepsilon) = -\frac{1}{k} \sqrt{p - p(\bar{\varepsilon})} + S_j(p(\bar{\varepsilon})) + \varepsilon - \bar{\varepsilon} = S_i(p, \bar{\varepsilon}) + \varepsilon - \bar{\varepsilon}$ と書く。これらの記号を用いると次式が得られる。

$$\Delta \pi_i(\varepsilon) = [p(\bar{\varepsilon}) S_i(p(\bar{\varepsilon}), \varepsilon) - \int_0^{S_i(p(\bar{\varepsilon}), \varepsilon)} C'(S) dS] - [p S_i(p, \varepsilon) - \int_0^{S_i(p, \varepsilon)} C'(S) dS]$$

更に (18) 式のように変形できる。

$$\begin{aligned}\Delta \pi_i(\varepsilon) &= p(\bar{\varepsilon}) S_i(p(\bar{\varepsilon}), \bar{\varepsilon}) - \int_0^{S_i(p, \varepsilon)} C'(S) dS - \int_{S_i(p, \varepsilon)}^{S_i(p(\bar{\varepsilon}), \varepsilon)} C'(S) dS - p S_i(p, \varepsilon) + \int_0^{S_i(p, \varepsilon)} C'(S) dS \\ &= \int_{S_i(p, \varepsilon)}^{S_i(p(\bar{\varepsilon}), \varepsilon)} [p(\bar{\varepsilon}) - C'(S)] dS - [S_i(p, \varepsilon) (p - p(\bar{\varepsilon}))]\end{aligned}\quad (18)$$

いま、原点と点 $(p(\bar{\varepsilon}), S_i(p(\bar{\varepsilon}), \bar{\varepsilon}))$ を結ぶ直線を $p = \frac{p(\bar{\varepsilon})}{S_i(p(\bar{\varepsilon}), \bar{\varepsilon})} S = hS$ と表記する。 $C''(S) > 0$ から区間 $0 \leq S \leq S_i(p(\bar{\varepsilon}), \bar{\varepsilon})$ において $hS \geq C'(S)$ なので¹³、(18) 式から次式が得られる。

$$\begin{aligned}\Delta \pi_i(\bar{\varepsilon}) &\geq \int_{S_i(p, \varepsilon)}^{S_i(p(\bar{\varepsilon}), \varepsilon)} [p(\bar{\varepsilon}) - hS] dS - [S_i(p, \varepsilon) (p - p(\bar{\varepsilon}))] \\ &= (S_i(p(\bar{\varepsilon}), \varepsilon) - S_i(p, \varepsilon)) p(\bar{\varepsilon}) - \frac{h}{2} (S_i(p(\bar{\varepsilon}), \varepsilon) - S_i(p, \varepsilon))^2 - S_i(p, \varepsilon) (p - p(\bar{\varepsilon}))\end{aligned}$$

$p = k(S_i(p(\bar{\varepsilon}), \varepsilon) - S_i(p, \varepsilon))^2 + p(\bar{\varepsilon})$ と $h S_i(p(\bar{\varepsilon}), \bar{\varepsilon}) = p(\bar{\varepsilon}) > h S_i(p(\bar{\varepsilon}), \varepsilon)$ を代入すると、(19) 式が得られる。

$$\Delta \pi_i(\varepsilon) > \left[\frac{h}{2} - k S_i(p, \varepsilon) \right] (S_i(p(\bar{\varepsilon}), \varepsilon) - S_i(p, \varepsilon))^2 \quad (19)$$

残存需要 $S_i(p, \varepsilon)$ が非負となる閉区間において $S_i(p, \varepsilon)$ は有界なので、 k を十分に小さな正数とすれば、(19) 式から $\Delta \pi_i(\varepsilon) > 0$ となる。(14) 式と (15) 式による $S_j(p)$ の延長定義のそれぞれの場合を計算することにより、区間 $[0, +\infty)$ において利潤 $\pi_i(p, \varepsilon; S_j(p))$ が $p = p(\varepsilon)$ で最大値をとることが示された。

$\pi_j(p, \varepsilon; S_i(p))$ についても、 i, j の添字を交換すれば、同様な計算を実行できる。従って、前節で構成したSFEの一階条件を満たす供給曲線が利潤最大化の二階条件を満たすことが証明された。

13 $C'(S)$ は凸関数であることから不等式が従う。等号は区間の端点のみで成立する。

5. クールノー均衡とSFEにおける価格水準の比較

第三節で定義した残存需要曲線に対して、需要の不確実性パラメータが $\varepsilon = \bar{\varepsilon}$ である場合にクールノー均衡¹⁴とSFEの価格水準を比較する¹⁵。ただし、第二節と第三節で述べたように対称解を仮定する。

はじめに、クールノー均衡が、需給均衡条件 $D_r(p, \varepsilon) = 2S$ と $f_1(p, S) = 0$ または $f_2(p, S) = 0$ の連立方程式の解で与えられることを示す。 j 企業の供給量 S_j を所与として、クールノー均衡の一階条件は (20) 式で与えられる。

$$D_r(p) + \varepsilon - S_j + [p - C'(D_r(p) + \varepsilon - S_j)] \frac{d}{dp} D_r(p) = 0 \quad (20)$$

対称解を考えているので、(20) 式に $D_r(p) + \varepsilon - S_j = S_i = S$ を代入すると次式が得られ、 $f_1(p, S) = 0$ または $f_2(p, S) = 0$ と同一であることがわかる。

$$S + [p - C'(S)] \frac{d}{dp} D_r(p) = 0$$

更に本式を需給均衡条件と連立させればクールノー均衡の解が得られる。図2を用いると、半需要曲線 $\frac{1}{2} D_r(p, \varepsilon) = \frac{1}{2} D_r(p) + \frac{1}{2} \varepsilon$ と曲線 $f_1(p, S) = 0$ または曲線 $f_2(p, S) = 0$ の交点がクールノー均衡を示している。

SFEとなる $S(p)$ は複数均衡であるが、第三節で示したようにHigh Trajectoryで与えられるSFE（以下、High SFEと表記する）で最も価格が高くなるので、High SFEの価格とクールノー均衡の価格を比較する。なお、第三節でそうであったように、点Aを通る (11) 式の軌跡（High Trajectory）が曲線 $f_1(p, S) = 0$ に達する場合を本節でも「交点Bが存在する場合」と呼ぶ。

14 本論文が対象とする需要曲線は、Szidarovszky and Yakowitz (1977) によるクールノー均衡の一意的な存在条件を満たしている。

15 不確実性パラメータのサポートは $[\underline{\varepsilon}, \bar{\varepsilon}]$ であるが、 $\varepsilon = \bar{\varepsilon}$ である場合にクールノー均衡もSFEも価格の最大値が実現する。

(i) $\bar{\varepsilon} \leq \varepsilon_A$ の場合

High SFEの価格 p は曲線 $f_2(p, S) = 0$ と半需要曲線 $\frac{1}{2}D_r(p, \bar{\varepsilon}) = \frac{1}{2}D_r(p) + \frac{1}{2}\bar{\varepsilon}$ の交点となるので、High SFEの価格とクールノー均衡の価格は等しい。

(ii) 交点Bが存在し、 $\varepsilon_A \leq \bar{\varepsilon} < \varepsilon_B$ の場合

図2に示すように点FがHigh SFEと半需要曲線 $\frac{1}{2}D_r(p, \bar{\varepsilon}) = \frac{1}{2}D_r(p) + \frac{1}{2}\bar{\varepsilon}$ の交点となる。その価格は P_F であり、クールノー均衡を示す点Eの価格 P_E よりも低い。

(iii) 交点Bが存在せず、 $\varepsilon_A \leq \bar{\varepsilon}$ の場合

図3に示すように、点GがHigh SFEと半需要曲線 $\frac{1}{2}D_r(p, \bar{\varepsilon}) = \frac{1}{2}D_r(p) + \frac{1}{2}\bar{\varepsilon}$ の交点となる。その価格は P_G であり、クールノー均衡を示す点Eの価格 P_E よりも低い。

(iv) 交点Bが存在し、 $\varepsilon_B \leq \bar{\varepsilon}$ の場合

High SFEの価格 p は曲線 $f_1(p, S) = 0$ と半需要曲線 $\frac{1}{2}D_r(p, \bar{\varepsilon}) = \frac{1}{2}D_r(p) + \frac{1}{2}\bar{\varepsilon}$ の交点となるので、High SFEの価格とクールノー均衡の価格は等しい。

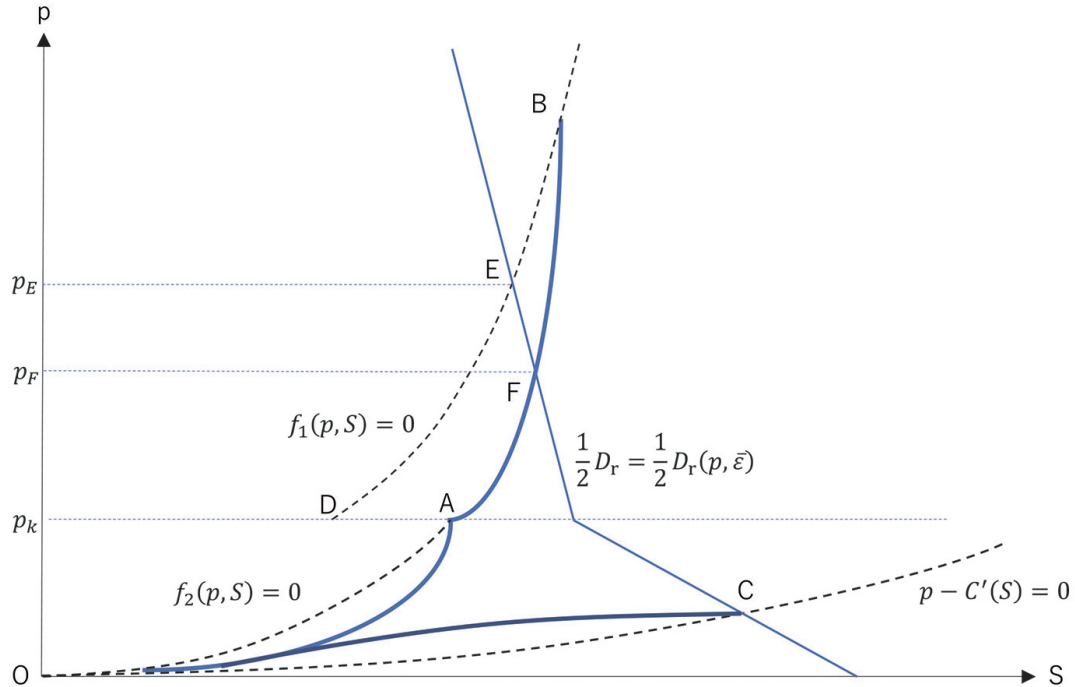
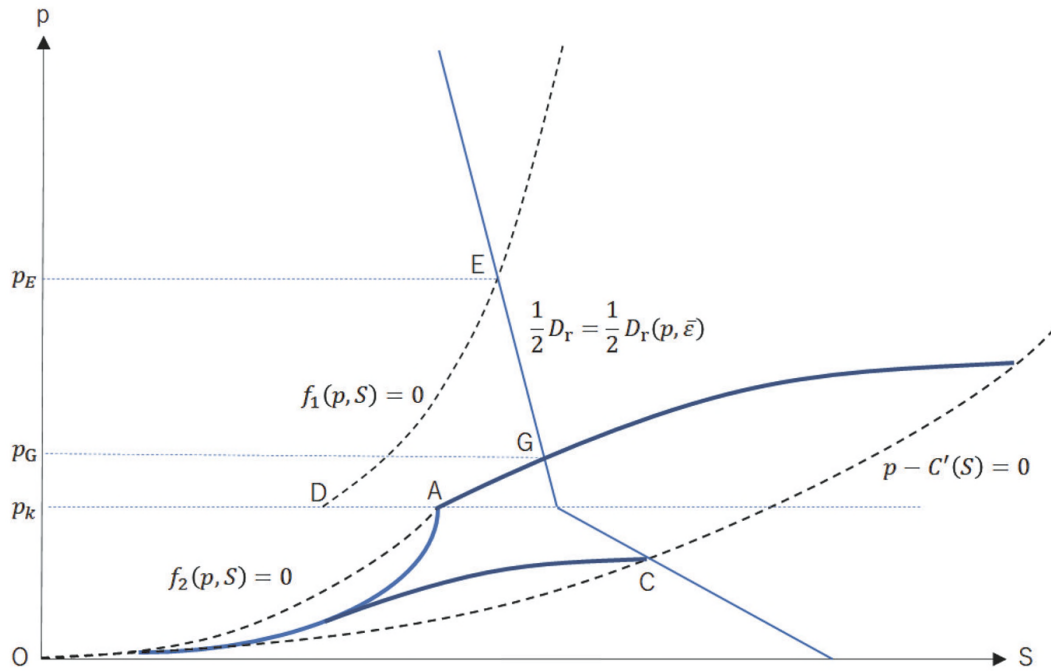


図2 クールノー均衡とSFEの価格比較 (High SFEが $f_1(p, S) = 0$ に達する場合)


 図3 クールノー均衡とSFEの価格比較 (High SFEが $f_1(p, S) = 0$ に達しない場合)

点Aを通るHigh SFEが曲線 $f_1(p, S) = 0$ に達するか否か、すなわち交点Bが存在するか否かを判定するには点Aを通る (10) 式の微分方程式の解を求める必要がある。一般には (10) 式の微分方程式を求積法で解くのは困難であるが、 c を正の定数として $C'(S) = cS$ と線形である場合は求積可能である。特に、(10) 式の軌跡が $p \rightarrow +\infty$ で曲線 $f_1(p, S) = 0$ にも曲線 $p - C'(S) = 0$ にも達しない解は、(21) 式で与えられる¹⁶。

$$S(p) = \frac{-m_1 c + \sqrt{m_1^2 c^2 + 4m_1 c}}{2c} p \quad (21)$$

従って、 $C'(S) = cS$ と線形である場合、High SFEが曲線 $f_1(p, S) = 0$ に達するためには、点Aの座標 (p_k, S_A) が不等式 $S_A < \frac{-m_1 c + \sqrt{m_1^2 c^2 + 4m_1 c}}{2c} p_k$ を満たすことが必要十分条件となる。なお、座標 (p_k, S_A) は $f_2(p_k, S_A) = 0$ を満たす。

16 (21) 式を (10) 式の微分方程式に代入すれば、特解であることがわかる。Klemperer & Meyer (1989) によってフルサポート解と呼ばれる。

6. まとめ

本論文で示した命題は以下のとおりである。第一に、価格について区分的に滑らかな需要関数について、対称型SFEの利潤最大化一階条件を導出した。この時、供給関数も価格について区分的に滑らかな関数と定義する必要がある。第二に、区分的に滑らかな需要関数に属する屈折需要曲線に対して、対称型SFEの利潤最大化一階条件を満たす供給曲線を構成する方法を具体的に与えた。第三に、構成された供給曲線がSFEの利潤最大化二階条件を満たすことを証明した。第四に、屈折需要曲線に対する対称型SFEの最大価格について検討し、需要の不確実性パラメータの値がある範囲に含まれる場合は、SFEの最大価格がクールノー均衡の価格よりも低いことを示した。

電力市場において小規模規模事業者がプライステイカーとして行動すると仮定した場合、寡占事業者に対する残存需要が屈折需要曲線となるのでSFEの適用は難しいとされ、クールノー均衡による市場支配力の評価が行われることが従来の研究では多かった。また、一定の仮定を満たす場合にはSFEにおける最大価格がクールノー均衡の価格に等しいという事実もクールノー均衡で市場支配力の評価を行う理由の一つとされた。しかし、本論文で証明したように、残存需要が屈折需要曲線となった場合でもSFEの適用は可能である。また、残存需要が屈折需要曲線となる場合には、SFEの最大価格はクールノー均衡の価格と常に一致せず、同価格よりも低くなる場合があることも示された。更に、電力一日前市場においては、発電事業者が供給曲線を提出するという形式で入札が行われるので、ゲームの形式はクールノーモデルよりもSFEのモデルに近い。これらの諸点をふまえると、電力一日前市場の市場支配力の評価においてはSFEのモデルの適用を検討することが望ましいと考えられる。

参考文献

- [1] Paul Klemperer and Margaret Meyer : Supply Function Equilibria in Oligopoly Under Uncertainty, *Econometrica*, Vol.57, No.6, pp.1243-1277, 1989.
- [2] Richard Green and David M Newbery : Competition in the British Electricity

- Spot Market, Journal of Political Economy, Vol. 100, No.6, pp.929-53, 1992.
- [3] Severin Borenstein, James Bushnell and Christopher Knittel : Market Power in Electricity Markets: Beyond Concentration Measures, The Energy Journal, Vol.20, No. 4, pp.65-88, 1999.
- [4] Szidarovszky, F and Yakowitz, S : A New Proof of the Existence and Uniqueness of the Cournot Equilibrium, International Economic Review, Vol. 18, No.3, pp. 787-789, 1977.
- [5] 松田年弘, 手塚哲央, 吉川榮和 : カリフォルニア州電力市場における市場支配力 — 発電事業者の総供給曲線の分析 —, 国際公共経済研究, Vol. 13. pp. 5-14, 2002.
- [6] 野村宗訓, 松田年弘 : 電力 — 自由化と競争 —, 同文館, 2000.