

貨幣経済における 現物・先物市場一時的競争均衡

西 村 和 志

要約

2 期間モデルで、貨幣のある生産経済において、腐敗財・サービスの現物・先物市場の一時的競争均衡のを考察する。期間 1 において、現物市場が均衡し、消費者および生産者の最適貨幣残高が決まり、その後、期間 2 の先物市場が均衡する。

Abstract

We shall aim for the temporary competitive equilibrium theory in spot and forward perishable commodities markets for two periods with fiat money. In this model, the spot market and the forward market are segmented. In period 1, equilibrium prices are decided in the spot market, a trader holds optimal fiat money and in period 2 the trader settles forward contracts with fiat money held. There exists equilibrium in the forward market.

Key words : Fiat Money, Forward Market, Temporary Competitive Equilibrium
JEL : C 61, D 53, D 84

1. はじめに

西村 [7] において、貨幣経済に Green モデルを拡張し、先物市場は期間分断市場にした基本モデルを設定し、市場均衡の存在を示した。すでに、西村 [6] は、貨幣のない生産経済において、腐敗財の現物・先物市場一時的競争均衡の存在を示した。他方、Sondermann [8] は、貨幣のある生産経済に拡張し、腐敗財の一時的競争均衡の存在を示した。本稿で

は、[6] および [8] の結果を用いて、2 期間モデルで、貨幣のある生産経済に拡張し、腐敗財の現物・先物市場の一時的競争均衡を考察する。

2. モデルの設定

すべての消費者および生産者は、2 期間の計画期間をもつ。期間 1 は、現在を、期間 2 は、引き続き将来期間を表す。各期間では、取引者にとって利用可能であるが期間 2 までは貯蔵できない消費財が、 l 種類 ($l \geq 2$) あるとする。貯蔵できない消費財を腐敗財という。その他に、貨幣があり、次期に持ち越し可能である。各期において、取引者は、貨幣に対して間接効用をもつ。貨幣は、交換手段に用いられる。通貨当局が貨幣を供給する。通貨当局は、貨幣 1 単位当たり 1 円として貨幣を通貨とする。ここで、経済全体の貨幣総量 M は、固定される。市場が始まると、初期の貨幣は、第 1 期の貨幣としてもちいられる。消費者および生産者には、 l 種類の消費財の現物市場がある。期間 2 に対して、 l 種類の消費財に対する先物市場がある。

西村 [6] において、貨幣のない生産経済における一時的競争均衡を研究した。そこでは、現物市場と先物市場は同時的に市場均衡が存在する。しかし、西村 [7] で示したように、貨幣のある交換経済では、現物市場において、現物の消費財と次期に残される最適貨幣残高が決定され、その後、先物市場において、最適貨幣残高を証拠金として用いた先物契約が契約される。このように、貨幣があるならば、市場が前場と後場のように分断される。このことは、本稿においても同様である。

期間 1 において、市場価格ベクトルは、 $p^1 = (p_1, 1, q) \in R_+^{2+l} / \{0\}$ であり、ここで、 $p_1 \in R_+^l$ は、腐敗する消費財の価格ベクトルであり、1 は、貨幣の価格である。 $q \in R_+ / \{0\}$ は期間 2 の先物価格である。期間 2 の市場価格ベクトルは、 $p^2 \in R_+^{l+1}$ である。

われわれの考察する問題は、 I 現物市場、最適貨幣残高および I 先物市場における取引者の最適化を示すことである。それぞれの市場均衡の存在は、西村 [7] に従う。本節では、それらの問題の解明のために必要な諸定義と諸仮定をのべる。

2.1 消費者の行動と計画

消費者は、2 期間の消費財の賦存量 $e = (e_1, e_2) \in R_+^{2I}$ をもつ。ここで、 $e_t \in R_+^I$ ($t=1, 2$) であり、それぞれ確実に予見できるものとする。計画時の期首に、消費者は負債をもっていないとする。消費者を区別するサフィックスは省略する。

仮定 2.1 $e \gg 0$ とする。

また、消費者は、市場が開かれる前、貨幣 $m_0 \geq 0$ をもつ。

仮定 2.2 $m_0 \geq 0$ とする。

消費者は、第 j 生産者の利潤 $\pi_j(p_1)$ の割分 (shares) を保有している。 θ_{ij} を第 i 消費者によって保有される第 j 生産者の利潤の割分とする。ここで、 $i=1, \dots, I, j=1, \dots, J$ に対して、 $\theta_{ij} \geq 0$ であり、各 j に対して、 $\sum_{i=1}^I \theta_{ij} = 1$ である。

行動と計画

2 期間の消費流列を、 $x = (x_1, x_2) \in R_+^{2I}$ とする。今期の先物市場における先物契約を $c_2 \in R^I$ とする。消費者は、 $c_{2i} > 0$ であれば、期間 2 の期首に第 i 消費財を受け取る。 $c_{2i} < 0$ であれば、その逆である。しかし、決済は貨幣で行われる。

消費者は、期間 1 において、現物市場において、消費行動と将来消費計画および最適貨幣残高を決定する。その後、先物市場において、先物契約を結ぶ。期間 1 において、消費者が現物市場と先物市場での取引を決定することを行動 (action) と呼び、 $a_1 = (x_1, m_1, c_2) \in R_+^{I+1} \times R^I$ で表す。次に、期間 2 の現物市場において、消費者が取引を決定することを計画 (plans) と呼ぶ。期間 2 の計画を $a_2 = x_2 \in R_+^I$ で表し、期間 2 では、貨幣は残さないとする。

期間 1 において、市場価格ベクトルは、 $p^1 = (p_1, 1, q) \in R_+^{2I+1} / \{0\}$ であり、ここで、 p_1 は、腐敗する消費財の現物価格ベクトルであり、1 は、貨幣の価格であり、 q は消費財の先物価格ベクトルである。期間 2 の市場価格ベクトルは、 $p^2 = (p_2, 1) \in R_+^{I+1}$ である。

先物の決済は、貨幣で行われるから、先物契約の買い $c_{2i} > 0$ は、市場先物価格 q_i とすれば、 $q_i c_{2i} > 0$ を貨幣で支払い、先物契約の売り $c_{2i} < 0$ は、 $-q_i c_{2i} > 0$ を貨幣で受取る。

予想形成

期間 2 の現物価格の予想は、市場価格 p^1 に対して、各期間の現物価格の確率分布 $\phi(p^1)$ を対応させる。これを将来価格の予想形成という。

仮定 2.4 $\phi(p^1) : R_+^{2I+1} / \{0\} \rightarrow M(R_+^{I+1})$.

- (1) 予想形成 $\phi(p^1)$ は、 $M(R_+^{I+1})$ が確率測度の弱収束の位相をもつとき連続である。
- (2) すべての $p^1 \in R_+^{2I+1} / \{0\}$ に対して、 $\text{int co supp } \phi(p^1) \neq \emptyset$.
- (3) すべての $p^1 \in R_+^{2I+1} / \{0\}$ に対して、 $\phi(p^1)(\text{int } R_+^{I+1}) = 1$.

効用関数

消費者が[§]、消費流列 (x_1, x_2) を選択する際に、期間 1 の消費行動の成果

x_1 は、確実性下にあり、期間 2 の将来消費行動の成果 x_2 は、不確実性下にあるとする。消費者の消費流列に対する選好は、von Neumann-Morgenstern の期待効用最大化の仮説をみす。

$$\text{仮定 2.5} \quad v = u_1 + \int_{R_+^I} u_2 d\phi(p^1). \quad 2.1$$

現物市場に対する予算制約式

消費者は、現在においても将来においても、プライス・テーカーであるから、期間 1 において、価格ベクトル p^1 を所与として、 $A_1 = R_+^I$ の部分集合 $\beta_1(p^1) = \{(x_1, m_1) \in A_1 \mid p_1 \cdot x_1 + m_1 \leq p_1 \cdot e_1 + m_0 + \sum_{j=1}^I \theta_{1j}^{-1} \cdot \pi_j(p_1)\}$ に制約された行動 x_1 および貨幣残高 m_1 を選択しなければならない。次に、期間 2 で不確実性下にあるため、消費者は、将来の現物価格 (spot prices) p_2 が実現するとき、プライス・テーカーとして計画する。すなわち、期間 2 で実現する現物価格 p_2 を所与として、計画 $x_2 \in A_2 = R_+^I$ を立てる。期間 2 の予算制約集合は、次のように表される。

$$\beta_2(p^2) = \{x_2 \in A_2 \mid p_2 \cdot x_2 \leq p_2 \cdot e_2 + m_1 + \sum_{j=1}^I \theta_{2j}^{-1} \cdot \pi_j(p_2)\}.$$

先物市場に対する予算制約式

西村 [6] においては、貨幣による決済ができないため、自己清算取引条件 $q \cdot c = 0$ が予算制約式であった。貨幣による決済ができるならば、先物市場では、 $q \cdot c_2 + m_1^* = 0$ が予算制約式となる。これにより、先物取引の片持ちが可能になる。たとえば、第 i 財のみの売り持ち戦略 $c_{2i} < 0$ であれば、 $q c_{2i} + m_1^* = 0$ より、 m_1^* を貨幣で支払う。もちろん、 m_1^* を保蔵し、自己清算取引戦略 $q \cdot c_2 = 0$ であれば、いかなる契約価格 q であっても、価格はヘッジされる。このように、貨幣が市場にあれば、取引の戦略が増加する効果がある。

仮定 2.6 $q \cdot c_2 + m_1^* = 0$.

2. 2

現物市場の消費者の最適化問題と同様な解法をもちいるので、後場の先物市場における消費者の予算制約式は、前場の最適貨幣残高 m_1^* をもちいて、次のように表す.

$$\beta_2^c(p^2) = \{x_2 \in A_2 \mid p_2 \cdot x_2 \leq p_2 \cdot (e_2 + c_2) + m_1^* + \sum_{j=1}^J \theta_{2j}^{-1} \cdot \pi_j(p_2)\}.$$

期間 2 の期首における支払い可能条件を次のように仮定する.

仮定 2.7 任意の $p_2 \in \text{supp} \phi(p^1)$ に対して,

$$p_2 \cdot (e_2 + c_2) + m_1^* + \sum_{j=1}^J \theta_{2j}^{-1} \cdot \pi_j(p_2) \geq 0.$$

選好ルール

2.1 の期待効用関数 v は、市場価格 p^1 を所与として、任意の行動 a_1, a_1' に対して、成果の空間で定義された選好関係 $\succeq^c$ と次の関係があるとする.

p^1 を所与とし、任意の行動 $a_1, a_1' \in \beta_1(p^1)$ に対して、 $v(p^1, a_1) \geq v(p^1, a_1')$ であるならば、そのときにかぎり、 $a_1 \succeq_{p^1}^c a_1'$ とする.

2.2 生産者の行動と計画

生産者は、生産工程における投入物として財を購入し、産出物を生産し、販売する. 生産者は将来期間において、投入物と産出物の生産計画を立てるが、腐敗財の先物市場で価格の不確実性を掛けつなぐことができる. 生産者は、割分は保有しない. 期間 2 までの生産流列は、 $y = (y_1, y_2) \in R^2$ である.

生産者は、市場が開かれる前、貨幣 $m_0 \geq 0$ をもつ.

仮定 2.8 $m_0 \geq 0$ とする.

行動と計画

生産者は、期間 1 において、生産行動と将来生産計画を決定する. 期間 1 において、消費者が現物市場と先物市場での取引を決定することを行動 (action) と呼び、 $a_1 = (y_1, m_1, c_2) \in R^1 \times R_+ \times R^1$ で表す. 次に、期間 2 以降の現物市場において、生産者が取引を決定することを計画 (plans) と呼ぶ. 期間 t の計画を $a_2 = y_2 \in R^1$ で表す. 投入は負、産出は正で表す. 貨幣は次期の取引のために残される.

第 j 生産者の生産可能集合

第 j 生産者の生産可能集合を Y_j と表す. 標準の仮定は次の通りである. ただし、貨幣経済であるため、価格は必ず正である. ゆえに、無料可処分 の仮定 $Y_j \supset (-R^1)$ はしない.

仮定 2.9

Y_j は閉である (連続性).

$0 \in Y_j$ (生産が行われない).

Y_j は凸である.

$Y_j \cap R_+^1 = \{0\}$ (無料生産の不可能性, すなわち、投入がないとき産出はない).

$Y_j \cap (-Y_j) = \{0\}$ (非可逆性).

$(Y_j + Y_j) \subset Y_j$, Y_j は 0 を頂点とする錐である (規模に関する収穫不変).

予想形成

期間 2 の現物価格の予想は、市場価格 p^1 に対して、各期間の現物価格の確率分布 $\phi(p^1)$ を対応させる.

仮定 2.10 $\phi(p^1) : R_+^{2+1} / \{0\} \rightarrow M(R_+^{I+1})$.

- (1) 予想形成 $\phi(p^1)$ は, $M(R_+^{I+1})$ が確率測度の弱収束の位相をもつとき連続である.
- (2) すべての $p^1 \in R_+^{2+1} / \{0\}$ に対して, $\text{int co supp } \phi(p^1) \neq \emptyset$.
- (3) すべての $p^1 \in R_+^{2+1} / \{0\}$ に対して, $\phi(p^1)(\text{int } R_+^{I+1}) = 1$.

効用関数

現物市場において, 生産者が生産流列 $y = (y_1, y_2) \in R^{2I}$ を選択するとき, 期間 1 において, 生産行動の成果 (consequences) y_1 は, 確実に実現する. しかし, 期間 2 において, 将来生産計画の成果 y_2 が実現することは, 不確定である. 生産者は, 利潤流列 $(p_1 \cdot y_1, p_2 \cdot y_2)$ に対する選好 (preferences) をもつ. これらの選好は, von Neumann-Morgenstern の「期待効用最大化の仮説」を満たすと仮定する. いま, これらの仮定を次のように定式化する.

仮定 2.11 $v(p^1) = u_1(p_1 \cdot y_1) + \int_{R_+^{I+1}} u_2(p_2 \cdot y_2) d\phi(p^1)$. 2.3

現物市場に対する予算制約式

第 j 生産者は, 現在においても将来においても, プライス・テーカーであるから, 期間 1 において, 価格ベクトル p^1 を所与として, $A_1 = Y_j \times R_+$ の部分集合 $\beta_1(p^1) = \{(y_1, m_1) \in A_1 \mid 0 \leq m_1 \leq p_1 \cdot y_1 + m_0\}$ に制約された行動 y_1 を選択しなければならない. 次に, 期間 2 において不確実性下にあるため, 生産者は, 将来の現物価格 (spot prices) p^2 が実現するとき, プライス・テーカーとして計画する. すなわち, 期間 2 で実現する現物価格 p^2 を所与として, 生産計画 $y_2 \in A_2 = Y_j$ を立てる. 期間 2 の予算制約集合は, 次のように表される.

$$\beta_2(p^2) = \{y_2 \in A_2 \mid 0 \leq p_2 \cdot y_2 + m_1\}.$$

先物市場に対する予算制約式

先物市場において、生産者も消費者と同じ、次の予算制約式をもつ。

$$\text{仮定 2.12} \quad q \cdot c_2 + m_1^* = 0. \quad 2.4$$

生産者が期間 2 において契約不履行しないように、次の契約履行条件を仮定する。

$$\text{仮定 2.13} \quad \text{すべての } p_2 \in \text{supp} \phi(p^1) \text{ に対して, } 0 \leq p_2 \cdot c_2 \leq p_2 \cdot y_2 + m_1^*.$$

選好ルール

2.3 の期待効用関数 v は、市場価格 p^1 を所与として、任意の行動 a_1, a_1' に対して、成果の空間で定義された選好関係 $\succeq_{p^1}^c$ と次の関係があるとする。

p^1 を所与とし、任意の行動 $a_1, a_1' \in \beta_1(p^1)$ に対して、 $v(p^1, a_1) \geq v(p^1, a_1')$ であるならば、そのときにかぎり、 $a_1 \succeq_{p^1}^c a_1'$ とする。

3. 現物市場における最適化

3.1 消費者の最適化

2 期間の効用関数から第 2 期の消費を決定、それを第 2 期の効用関数に代入し、予想価格の分布で期待効用を取り、期待効用を最大にする m_1 を求める。

消費者は、各期間の予算制約のもとで、期間 1 の行動 a_1 、期間 2 の計画 a_2 を決定する。まず、各期の予算制約式とそれをみたす行動と計画の集合を定義する。期間 1 では、行動 $a_1 = (x_1, m_1)$ は、価格ベクトル p^1 と

賦存量 (e_1, m_0) を所与として, $A_1 = R_+^{I+1}$ の部分集合 $\beta_1 = \{a_1 \in A_1 \mid (p_1, 1) \cdot (x_1, m_1) = p_1 \cdot e_1 + m_0 + \sum_{j=1}^I \theta_{1j}^{-1} \cdot \pi_j(p_1)\}$ の中から, 選好関係によって選ばれる. 期間 2 では, 計画 $a_2 = (x_2, 0)$ は, 確率変数である価格ベクトル p^2 と, 賦存量 (e_2, m_1) を所与として, $A_2 = R_+^{I+1}$ の部分集合 $\beta_2 = \{a_2 \in A_2 \mid p_2 \cdot x_2 = p_2 \cdot e_2 + m_1 + \sum_{j=1}^I \theta_{2j}^{-1} \cdot \pi_j(p_2)\}$ の中から, 選好関係によって選ばれる. 消費者の最適化問題は, 次のように設定される.

価格ベクトル p^1 と賦存量 (e_1, m_0) , e_2 を所与として, 仮定 2. 3, 2. 4, 2. 5, 集合 β_1, β_2 のもとで, 期待効用関数 v を最大にする行動 (x_1, m_1) および計画 $(x_2, 0)$ を決定する.

この最適化問題は, ダイナミック・プログラミングによって解く. 2 段階で解が求められる. 第 1 段階は, 期間 2 の価格 p^2 を所与とし, 期間 2 の予算制約式の下で, von Neumann = Morgenstern 効用関数 u を最大化することにより, 期間 2 の計画 a_2 を決定する問題を解く. そして, 第 1 問題の解 a_2^* を期待効用関数 v に代入し, 第 2 段階の問題に進む. ステップ 1 では, 次の問題を解く.

問題 3. 1 $p^2 = (p_2, 1) \gg 0$, $e^2 = (e_2, 0)$, $m_2 = 0$ を所与として,

$$\max_{\{x_2\}} u_2(x_2), \text{ subject to } p_2 \cdot x_2 = p_2 \cdot e_2 + m_1 + \sum_{j=1}^I \theta_{2j}^{-1} \cdot \pi_j(p_2).$$

解 ラグランジュ未定乗数を λ_1 とおくと, ラグランジュ関数 L_1 は, 次のように書かれる.

$$L_1 = u_2(x_2) - \lambda_1 \{p_2 \cdot x_2 - p_2 \cdot e_2 - m_1 - \sum_{j=1}^I \theta_{2j}^{-1} \cdot \pi_j(p_2)\}.$$

必要条件は,

$$\frac{\partial u_2}{\partial x_2} = \lambda_1 p_2,$$

$$p_2 \cdot x_2 - p_2 \cdot e_2 - m_1 - \sum_{j=1}^I \theta_{2j}^{-1} \cdot \pi_j(p_2) = 0.$$

u_2 は、凹関数であるから、これらの条件は、解の必要十分条件となる。解を x_2^* , λ_1^* とする。 $\square$

価格 p_2 および貨幣残高 m_1 の関数である x_2^* を効用関数 $u_2(x_2^*)$ に代入する。期待効用関数 v は、 $v = u_1(x_1) + \int u_2(x_2^*) d\phi_2$ となる。ステップ 2 では、次の問題を解く。

問題 3.2 $(p_1, 1)$, $e^1 = (e_1, m_0)$ を所与として、

$$\max_{\{x_1, m_1\}} u_1(x_1) + \int u_2(x_2^*) d\phi, \text{ subject to : } p_1 \cdot x_1 + m_1 = p_1 \cdot e_1 + m_0 + \sum_{j=1}^J \theta_{1j}^{-1} \cdot \pi_j(p_1).$$

解 ラグレンジュ関数 L_2 は、次のように書かれる。

$$L_2 = u_1(x_1) + \int u_2(x_2^*) d\phi_2 - \lambda_2(p_1 \cdot x_1 + m_1 - p_1 \cdot e_1 - m_0 - \sum_{j=1}^J \theta_{1j}^{-1} \cdot \pi_j(p_1)).$$

必要条件は、

$$\frac{\partial u_1}{\partial x_1} = \lambda_2 p_1,$$

$$\frac{\partial \int u_2(x_2^*) d\phi_2}{\partial m_1} = \lambda_2,$$

$$p_1 \cdot x_1 + m_1 - p_1 \cdot e_1 - m_0 - \sum_{j=1}^J \theta_{1j}^{-1} \cdot \pi_j(p_1) = 0.$$

u_1, u_2 は、凹関数であるから、これらの条件は、解の必要十分条件となる。解の存在は明らかであるから、解を x_1^* , m_1^* , λ_2^* とする。 $\square$

3.2 生産者の最適化

生産者は、期間 1 において、生産行動と将来生産計画を決定する。期間 1 において、生産者が現物市場での取引を決定することを行動 (action) と呼び、 $a_1 = (y_1, m_1) \in R^I \times R_+$ で表す。次に、期間 2 以降の現物市場において、生産者が取引を決定することを計画 (plans) と呼ぶ。期間 2 の計画を $a_2 = y_2 \in R^I$ で表す。投入は負、産出は正で表す。

第 j 生産者は、価格ベクトル p^1 を所与として、 $\beta_1(p^1)$, $\beta_2(p^2)$ のもと

で、期間 1 の行動 y_1 の選択をし、さらに p_2 が実現するとして、 $\beta_2(p^2)$ のもとで、期間 2 の計画 y_2 を決定する。したがって、2 期間モデルにおける生産者の最適化問題は、第 1 段階で、期間 2 の計画 y_2^* を決定する問題が、ラグランジュ未定乗数法によって解かれる。第 2 段階として、第 1 問題の解 y_2^* を効用関数に代入して、期待効用関数を求める。この期待効用関数を最大にする行動 a_1 を決定する問題を解く。

もし、将来現物市場価格 p_2 が実現すれば、生産者は、予算制約式のもとで、利潤に対する効用関数 u_2 を最大化することによって計画 y_2 を決定する。すなわち、生産者は次の問題を解く。

問題 3.3 $p_2 \gg 0$, $y_2 \in Y_f$ のもとで、

$$\max_{\{y_2\}} u_2(p_2 \cdot y_2), \quad \text{subject to} \quad 0 \leq p_2 \cdot y_2 + m_1.$$

解 Y_f は閉凸集合であり、目的関数は凹関数であるから、解を求めることができる。解を $y_2^*(p_2, m_1)$ とする。□

解 $y_2^*(p_2, m_1)$ を期待利潤効用関数 v に代入し、 $v(y_1, m_1, p^1) = u_1(p_1 \cdot y_1) + \int u_2(p_2 \cdot y_2^*(p_2, m_1)) d\phi$ と定義できる。 p^1 を所与とした選好関係 $\succeq_{p^1}^c$ が、 $v(y_1, c, p^1)$ によって表現される。以上の結果から、第 2 段階に入る。期間 1 の価格 p^1 が所与のとき、予算制約の集合 $\beta_1(p^1)$ のもとで、期間 1 における現在生産量 y_1 と貨幣残高 m_1 を決定する問題 3.4 を解く。

問題 3.4 $p^1 \gg 0$, $y_1 \in Y_f$ のもとで、

$$\begin{aligned} \max_{\{y_1, m_1\}} \quad & v(y_1, m_1, p^1) = u_1(p_1 \cdot y_1) + \int u_2(p_2 \cdot y_2^*(p_2, m_1)) d\phi \\ \text{subject to} \quad & 0 \leq m_1 \leq p_1 \cdot y_1 + m_0. \end{aligned}$$

解 ラグランジェ未定乗数法で求められる。 Y_i は閉凸集合であり、目的関数は凹関数であるから、解があり、解を y_i^*, m_i^* とする。 $\square$

4. 先物市場における最適化

4.1 消費者の最適化

問題 4.1 $p_2 \gg 0$, $m_1^* \geq 0$ を所与として

$$\max_{\{x_2\}} u_2(x_2), \quad \text{subject to} \quad p_2 \cdot x_2 = p_2 \cdot (e_2 + c_2) + m_1^* + \sum_{j=1}^J \theta_{2j}^{-1} \cdot \pi_j(p_2).$$

解 $L = u_2(g_2) - \lambda \{p_2 \cdot x_2 - p_2 \cdot (e_2 + c_2) - m_1^* - \sum_{j=1}^J \theta_{2j}^{-1} \cdot \pi_j(p_2)\}$ とおく。

$$\frac{\partial u_2}{\partial x_2} = \lambda \cdot p_2,$$

$$p_2 \cdot x_2 - p_2 \cdot (e_2 + c_2) - m_1^* - \sum_{j=1}^J \theta_{2j}^{-1} \cdot \pi_j(p_2) = 0.$$

u_2 は凹関数であるから、これらの条件は、解の必要十分条件となる。解を $x_2^*(p_2, c_2)$, λ^* とする。 $\square$

式 2.1 に、 $x_2^*(p_2, c_2)$ を代入し、 $v(x_1, p_1) = u_1(x_1) + \int u_2^*(x_2^*(p_2, c_2)) d\phi(p^1)$ をえる。

問題 4.2 $q \gg 0$, $m_1^* \geq 0$ のもとで

$$\max_{\{c_2\}} \int u_2^*(x_2^*(p_2, c_2)) d\phi(p^1), \quad \text{subject to} \quad q \cdot c_2 + m_1^* = 0.$$

解 $L = \int u_2^*(x_2^*(p_2, c_2)) d\phi(p^1) - \lambda (q \cdot c_2 + m_1^*)$ とおく。

$$\frac{\partial \int u_2^*(x_2^*(p_2, c_2, m_1^*)) d\phi(p^1)}{\partial c_2} = \lambda \cdot q,$$

$$q_1 \cdot c_2 + m_1^* = 0.$$

u_2 は凹関数であるから、これらの条件は、解の必要十分条件となる。解を c_2^*, λ^* とおく。 $\square$

解の存在条件は,

$$p^1 = (p_1, 1, q) \gg 0, \quad q \in \text{int co supp } \phi(p^1).$$

と表される. この意義は, 先物価格 q は, 2 期の現物価格の予想分布の台集合の凸包の内部に含まれるということである. すなわち, 先物価格が, 予想の範囲内になければ, この消費者は, 投機による利益を得る. それゆえ, 市場均衡は存在しない.

定理 4.1 問題 4.2 における解の存在のための必要十分条件は,

$$p^1 = (p_1, 1, q) \gg 0, \quad q \in \text{int co supp } \phi(p^1)$$

である.

証明 西村 [6] 定理 3.2 を参照せよ.

4.2 生産者の最適化

もし, 将来現物市場価格 p_2 が実現すれば, 生産者は, 予算制約式のもとで, 利潤に対する効用関数 u_2 を最大化することによって計画 y_2 を決定する. すなわち, 生産者は次の問題を解く.

問題 4.3 仮定 2.13, $p_2 \gg 0, y_2 \in Y_l$ のもとで,

$$\max_{\{y_2\}} u_2(p_2 \cdot y_2).$$

解 Y_l は閉凸集合であり, 目的関数は凹関数であるから, 解を求めることができる. 解を $y_2^*(p_2, c_2)$ とする. □

解 $y_2^*(p_2, c_2)$ を期待利潤効用関数 v に代入し,

$$v(y_1, c_2, p^1) = u_1(p_1 \cdot y_1) + \int u_2(p_2 \cdot y_2^*(p_2, c_2)) d\phi(p^1)$$

と定義できる. p^1 を所与とした選好関係 $\succeq_{p^1}$ が, $v(y_1, c_2, p^1)$ によって表現される. 以上の結果から, 第 2 段階に入る. 期間 1 の価格 p^1 が所与の

とき、予算制約式の仮定 2.12 のもとで、期間 1 における先物契約 c_2 を決定する問題 4.4 を解く。

問題 4.4 $q \gg 0$, $c_2 \in Y_f$ のもとで、

$$\max_{\{c_2\}} \int u_2(p_2 \cdot y_2^*(p_2, c_2)) d\phi(p^1), \text{ subject to } q \cdot c_2 + m_1^* = 0.$$

解 ラグランジェ未定乗数法で求められる。 Y_f は閉凸集合であり、目的関数は凹関数であるから、解があり、解を c_2^* とする。 $\square$

定理 4.2 問題 4.4 における解の存在のための必要十分条件は、

$$p^1 = (p_1, 1, q) \gg 0,$$

$$q \in \text{int co supp } \phi(p^1)$$

である。

証明 西村 [6] 定理 3.2 を参照せよ。

References

1. J. M. Grandmont, Temporary general equilibrium theory, in K. J. Arrow and M. D. Intriligator (eds.) "Handbook of Mathematical Economics, vol.II," North-Holland, Amsterdam, (1982).
2. J. R. Green, Temporary general equilibrium in sequential trading model with spot and futures transactions, *Econometrica* 41 (1973), pp.1103–1123.
3. K. Nishimura, Multivariate von Neumann-Morgenstern Utility and its Additive Representation, *Otemon Economic Studies* 16 (1983), pp.1–14.
4. ———, Temporary General Equilibrium in Multi-period Forward Markets, *Otemon Economic Review* vol. XXVII, No.1, in Japanese, (1993), pp.68–87.
5. ———, Temporary General Equilibrium in Forward Markets Segmentations, *Otemon Economic Review* vol. XXX, No.1, in Japanese, (1995), pp.20–37.
6. ———, Temporary Competitive Equilibrium with Forward Markets Segmentation, *Otemon Economic Studies*, No.31 (1998), pp.27–47.
7. ———, Temporary General Equilibrium in Spot and Forward Markets with Fiat

Money, Otemon Economic Studies, No.44 (2011), pp.27-35.

8. D. Sondermann, Temporary Competitive Equilibrium under Uncertainty, in J. Drèze (ed.) "Allocation under Uncertainty, Equilibrium, and Optimality," Macmillan & Co., London, 1974, pp.229-256.

(2012 年 11 月 30 日受理)