コンポジット型費用関数の推定と検定

衣笠　達夫・中山　徳良

本稿の掲載のいきさつ

本稿は，公益事業学会の学会誌である『公益事業研究』第 63 巻第 1 号（2011 年 8 月）に公表した，「日本の都市ガス産業のコンポジット型費用関数を用いた分析」のフルペーパーである．『公益事業研究』への掲載に当たっては字数，ページ数に制限があり，本稿を約 60% に改稿せざるを得なかった．このため，推定した関数の適合度比較や費用関数の正則条件についての検討結果等を，すべて掲載することができなかった．しかしその後，著者達に対して各方面からフルペーパーの入手に関する問い合わせを多くいただいた．そこで公益事業学会（会長　安部誠治関西大学教授）と，追手門学院大学経済学会（会長　三崎一明教授）にお願いし，同大学経済学論集へのフルペーパーの掲載を許可していただいた．関係各位に対して謝す次第である．

概要

本稿では，産出が 0 であるようなデータも含めて推定することが可能である composite 型費用関数を用いて，日本の都市ガス産業のうち，主要 4 企業と中堅の 3 企業を合わせた 7 つの企業の，1991 年～2008 年の 18 年間の費用構造を計測した．composite 型費用関数は Pulley and Braunstein（1992）により提案された，トランスログ型費用関数よりも，より一般的な関数形である．composite 型費用関数は，Box-Cox 変換したトランスログ型費用関数よりも収束スピードが速く，推定が容易であり，現実の経済の説明には，トランスログ型費用関数よりも適合性が高いことも示されて

いる．本稿では従来の composite 型費用関数の研究のうち，いまだ報告されていない「時間変化を導入したモデル」を推定し，良好な結果を得た．推定結果から計算した総合的規模の経済性が存在することがわかった．生産物に特有な規模の経済性は，家庭用にも，それ以外（商業用，工業用およびその他）用にもある程度の経済性が存在することがわかった．範囲の経済性では，家庭用とそれ以外（商業用，工業用およびその他）用との間に，範囲の経済性の存在は断定できないことがわかった．最後に，時間変化式から計算した技術進歩率は年率 3–4% 程度であることがわかった．

1 はじめに

小稿は，最近の日本の都市ガス産業の費用構造を，composite 型費用関数を用いて分析したものである．日本の都市ガス産業は家庭用・業務用・産業用の需要にたいしてガス・エネルギー（石油系ガス・石炭系ガス・国産天然ガス・液化天然ガス（輸入 LNG））を供給する産業である．その構成は「一般ガス事業者」と「簡易ガス事業者」の 2 種類によって構成されている．前者は「ガス事業法」によって定められた主に都市部の供給地域の需要者に供給する事業者を指しており，後者は 70 戸以上の需要者を持つ特定の団地に供給する事業者をいう．都市ガス産業という場合には一般ガス事業者を指す．（これ以外に各戸別にボンベを配送してガスを販売する LPG 事業があるが，これは「ガス事業法」の対象にはならず，一般には都市ガス事業には含まれない．）日本の都市ガス産業は，各企業が生産・輸送・供給を垂直的に統合した形になっており，これが米国のガス産業とまったく異なる点である．このために日本の都市ガス産業は生産における規模の経済性，供給構造におけるネットワークの経済性，一般消費者と事業者という複数の需要者に供給する範囲の経済性の観点などから，自然独占性を有すると考えられている．このために料金水準の決定においては各種の規制が課せられている．

他産業には見られないこれらの特殊な費用構造から，都市ガス産業も電気事業や鉄道事業，交通事業，水道事業などと同様に公益事業に分類されており，その費用構造に関して様々な分析が加えられている．しかし複数生産物生産における範囲の経済性の推定は一般的には直接推定できず，費用の補完性の計測で代用する[1]．このため産出を Box-Cox 変換した一般化トランスログ型費用関数などで推定されることが多い．

本稿では Pulley and Braunstein（1992）により提案された composite 型費用関数を用いて推定を行った．composite 型費用関数は産出が 0 であるような事業者もデータに含めて推定することが可能であるため，composite 型費用関数を用いると範囲の経済性を直接推定することができる．また，Box-Cox 変換したトランスログ型費用関数よりも収束スピードが速く，推定が容易である．さらに，Fraquelli, Piacenza and Vannoni（2004）の研究によれば，トランスログ型費用関数や一般化トランスログ型費用関数よりも composite 型費用関数の方が現実の経済の説明には，より適合性が高いことも示されている．本稿の分析対象は日本の都市ガス産業のうち，主要 4 企業と中堅の 3 企業を合わせた 7 つの企業の，1991 年～2008 年の 18 年間のデータを用いた，7 社×18 年間の 126 の欠損値のないパネルデータである．

以下，本稿は 5 つのセクションに分かれる．次節では日本の都市ガス産業の概観を述べるとともに，この分野の従来の研究について検討する．3 節では本稿の分析に使用した composite 型費用関数について説明し，規模の経済性と範囲の経済性の指標等について説明する．4 節では本稿で推定に用いたデータについて述べ，composite 型費用関数の推定結果を示す．5 節では推定した 3 本のモデルの再現性－すなわち関数の適合度－を調べた．また，composite 型費用関数の推定結果を用いて，規模の経済性と範囲の経済性を計測した結果を示す．6 節では結論と今後の課題を示す．

2　日本の都市ガス産業の概要と従来の研究

2–1　日本の都市ガス産業の概要

日本の都市ガス産業は民営ガス企業だけを考えれば，大都市圏を供給区域とする少数の大手事業者 4 社（東京，大阪，東邦，西部各ガス会社，*top four*）と，以上の 4 社以外で，ガス売上高 300 億円以上（各 2009 年 3 月現在）の中堅事業者 4 社（京葉，北陸，中部，広島，*backbone*），および中小事業者 172 社がある．さらにこの他に 33 の公営事業者があるが（各 2009 年 3 月現在），これら中小事業者，公営事業者は前述の大手事業者 4 社（*top four*），中堅事業者 4 社（*backbone*）に比べて事業規模は小さい．その事業規模を比較すると表 1 のようになる．これを見るとわかるように大手 4 社と中堅 4 社を合わせると，需要者数，ガス販売量では日本の都市ガス産業全体の 78〜81% を占めている．また雇用者数では 47% を占めている．表 1（上表）から判断する限り雇用者数はともかく，需要者数とガス販売量ではこれら 8 社で都市ガス産業をほぼ代表できるといえよう．そこで本稿では大手事業者 4 社と，中堅事業者 3 社（今回の分析においてデータの得られた京葉，中部，広島の各ガス会社）のデータを用いて分析した．これら 7 社のうち大手事業者 4 社は，分析対象期間中にすでに原材料を LNG（液化天然ガス）系に転換している．しかし中堅事業者 3 社は分析期間中（1991 年〜2008 年）の 1995 年〜2000 年にかけて LNG 系に転換した．

複数数生産物を考える範囲の経済性は，家庭用と，それ以外（商業用，工業用およびその他）用とを分けて考えた．この理由は，家庭用とそれ以外の商業用や工業用との間で，ガス供給の約款が異なることである．家庭用に比較して，工業用や事務所，病院などの商業用とその他用とでは，使用量・使用方法が異なるため，供給標準量や価格体系が異なる．これを反

表 1　日本の都市ガス産業の単純統計　2008 年

	No. of Companies	Customers 1000 households	%	Sales million cbm	%	Employees ×100	%
Top four	4	20,352	71.7	25,913	74.5	174	39.8
Backbone	4	1,730	6.1	2,296	6.6	31	7.1
Others	205	6,295	22.2	6,573	18.9	232	53.1
Total	213	28,377	100.0	34,782	100.0	437	100.0

用途別ガス販売量の構成 2008 年（%）

年	Total	家庭用	商業用	工業用	その他用
2005	100.0	25.7	17.0	48.1	9.2
2006	100.0	25.2	15.9	50.2	8.7
2007	100.0	23.0	15.4	53.1	8.4
2008	100.0	22.4	14.8	54.6	8.2

注：日本ガス協会『都市ガス事業の経理状況』(2009 年度)，『平成 20 年度ガス事業便覧』(2009 年度)

映して供給約款やそれに伴うサービスも異なっている．この点に注目して「家庭用」と「それ以外用」のガス供給が複数生産物であると仮定した．用途別ガス販売量で見ると，ガス産業全体では工業用への販売が最も多く，ついで家庭用，商業用の順になっていることがわかる．比率でいえば家庭用は全体の約 25%，それ以外用の合計が約 75% の割合である．（表 1 下表）

2–2　ガス産業の生産性に関する従来の研究

ガス産業の生産性に関する分析についてはすでにいくつかの報告がある．Aivazian et al.（1987）は，アメリカのガス・パイプライン産業の規模の経済性と技術進歩に関して，トランスログ型の費用関数を用いて分析している．Sickles and Streitwieser（1992 a, 1992 b）は，アメリカにおける規制緩和の前後のガス・パイプライン産業の生産性の分析を TFP（Total Factor Productivity）とトランスログ型費用関数を用いて行い，さらにトランスログ型生産関数を用いた非効率性の分析を行っている．Granderson

（1997）は Sickles and Streitwieser（1992 a, 1992 b）の分析を一歩進めて，データを更新するとともに推定式の変数の数を増やして，精緻にすることに成功している．これらはいずれもアメリカのガス・パイプライン産業の分析である．Rushdi（1994）はオーストラリア・ヴィクトリア州の州営ガス供給企業の生産性の分析を TFP を用いて行い，Kinugasa（1997）はオーストラリア・ニューサウスウエールズ州営ガス供給企業の生産性の分析を，トランスログ型費用関数を用いて実施している．また衣笠（2002）は日本の都市ガス産業の Averch-Johnson 効果を推定し，Kinugasa（2003）は日本の都市ガス産業の一般化費用関数を推定している．これらの詳細は衣笠（2005）を参照されたい．

3　分析方法

3–1　composite 型費用関数

composite 型費用関数は Pulley and Braunstein（1992）により提案された関数型である．本稿では，都市ガス事業者は労働と資本と原材料およびその他の 3 つの生産要素を投入し，「家庭用」と，「それ以外（商業用，工業用およびその他）用」という 2 種類の産出物を生産すると想定する（以下で詳述する）．このとき composite 型費用関数は次のようになる[2)]．また，パネルデータ推定において，企業別に異なる効果があると先験的に仮定した固定効果法を用いた．

〈主方程式〉

Model I（composite 型費用関数）

$$\ln C = \ln\left(\alpha_0 + \sum_{m=1}^{6} f_m + \sum_{i=1}^{2} \alpha_i q_i + \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{2}\sum_{j=1}^{2} \alpha_{ij} q_i q_j + \sum_{i=1}^{2}\sum_{k=1}^{3} \delta_{ik} q_i \ln r_k \right) + \sum_{k=1}^{3} \beta_k \ln r_k + \frac{1}{2}\sum_{k=1}^{3}\sum_{l=1}^{3} \beta_{kl} \ln r_k \ln r_l \quad (1)$$

Model II（時間変化を含む composite 型費用関数）

$$\ln C = \ln\left(\alpha_0 + \sum_{m=1}^{6} f_m + \sum_{i=1}^{2} \alpha_i q_i + \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{2}\sum_{j=1}^{2} \alpha_{ij} q_i q_j + \sum_{i=1}^{2}\sum_{k=1}^{3} \delta_{ik} q_i \ln r_k + \gamma_t time + \gamma_{tt} (time)^2 \right) + \sum_{k=1}^{3} \beta_k \ln r_k + \frac{1}{2}\sum_{k=1}^{3}\sum_{l=1}^{3} \beta_{kl} \ln r_k \ln r_l \quad (1)'$$

Model III（産出物，投入要素価格にも時間変化を含む composite 型費用関数）

$$\ln C = \ln\left(\alpha_0 + \sum_{m=1}^{6} f_m + \sum_{i=1}^{2} \alpha_i q_i + \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{2}\sum_{j=1}^{2} \alpha_{ij} q_i q_j + \sum_{i=1}^{2}\sum_{k=1}^{3} \delta_{ik} q_i \ln r_k + \gamma_t time + \gamma_{tt} (time)^2 + \sum_{i=1}^{2} \eta_{ti} time q_i + \sum_{k=1}^{3} \eta_{tk} time \ln r_k \right) + \sum_{k=1}^{3} \beta_k \ln r_k + \frac{1}{2}\sum_{k=1}^{3}\sum_{l=1}^{3} \beta_{kl} \ln r_k \ln r_l \quad (1)''$$

ここで f_m は固定効果法における企業別のダミー，q_i は第 i 生産物，r_k は第 k 生産要素，$time$ は時間変化を表している．また，費用関数の生産要素価格に関する一次同次性より，$\sum_{k=1}^{3}\beta_k = 1$，$\sum_{l=1}^{3}\beta_{kl} = 0$，$(k = 1,2,3)$，$\sum_{k=1}^{3}\delta_{ik} = 0$ $(i = 1,2)$，$\sum_{k=1}^{3}\eta_{ik} = 0$，係数の対称性より $\alpha_{ij} = \alpha_{ji}$ $(i, j = 1,2)$，$\beta_{kl} = \beta_{lk}$ $(k, l = 1,2,3)$となる．推定に際しては，係数の対称性と費用関数の生産要素価格に関する一次同次性についてはあらかじめ課して推定する．Shephard の補題を用いると下記の第 k 生産要素のシェア方程式を導出することができる．

〈第 k 生産要素のシェア方程式〉

Model I（composite 型費用関数）

$$\frac{\partial \ln C}{\partial \ln r_k} = \left(\alpha_0 + \sum_{m=1}^{6} f_m + \sum_{i=1}^{2} \alpha_i q_i + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{2} \sum_{j=1}^{2} \alpha_{ij} q_i q_j + \sum_{i=1}^{2} \sum_{k=1}^{3} \delta_{ik} q_i \ln r_k \right)^{-1} \sum_{i=1}^{2} \delta_{ik} q_i + \beta_k + \sum_{l=1}^{3} \beta_{kl} \ln r_l \qquad (k = 1,2,3) \quad (2)$$

Model II（時間変化を含む composite 型費用関数）

$$\frac{\partial \ln C}{\partial \ln r_k} = \left(\alpha_0 + \sum_{m=1}^{6} f_m + \sum_{i=1}^{2} \alpha_i q_i + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{2} \sum_{j=1}^{2} \alpha_{ij} q_i q_j + \sum_{i=1}^{2} \sum_{k=1}^{3} \delta_{ik} q_i \ln r_k + \gamma_t time + \gamma_{tt} (time)^2 \right)^{-1} \sum_{i=1}^{2} \delta_{ik} q_i + \beta_k + \sum_{l=1}^{3} \beta_{kl} \ln r_l \qquad (k = 1,2,3) \quad (2)'$$

Model III（産出物，投入要素価格にも時間変化を含む composite 型費用関数）

$$\frac{\partial \ln C}{\partial \ln r_k} = \left(\alpha_0 + \sum_{m=1}^{6} f_m + \sum_{i=1}^{2} \alpha_i q_i + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{2} \sum_{j=1}^{2} \alpha_{ij} q_i q_j + \sum_{i=1}^{2} \sum_{k=1}^{3} \delta_{ik} q_i \ln r_k + \gamma_t time + \gamma_{tt} (time)^2 + \sum_{i=1}^{2} \eta_{ti} time q_i + \sum_{k=1}^{3} \eta_{tk} time \ln r_k \right)^{-1} \mathrm{x} \left(\sum_{i=1}^{2} \delta_{ik} q_i + \eta_{tk} time \right) + \beta_k + \sum_{l=1}^{3} \beta_{kl} \ln r_l \qquad (k = 1,2,3) \quad (2)''$$

推定では（1）式と（2）式（あるいは（1）’式と（2）’式，もしくは（1）”式と（2）”式）を同時推定する．ただし，労働と資本と原材料およびその他のコストシェアを加えると 1 となるため，ここでは「原材料およびその他のシェア」を落として推定する．

3–2　規模の経済性と範囲の経済性の指標等

本研究の第 1 の目的は，規模の経済性と範囲の経済性を計測することである．規模の経済性については総合的規模の経済性（overall scale economies）と，生産物に特有な規模の経済性（product-specific returns to scale）

を計測する．

① 総合的規模の経済性の指標は，

$$ORS = C(q,r) \Big/ \sum_{i=1}^{2} q_i \frac{\partial C}{\partial q_i} \tag{3}$$

と表すことができる．この指標が 1 よりも大きければ規模の経済性が存在し，1 よりも小さければ規模の不経済が存在する．

② 生産物に特有な規模の経済性の指標は，

$$PSRS_i = AIC_i \Big/ \frac{\partial C}{\partial q_i} = \frac{C(q) - C(q_{-i})}{q_i \dfrac{\partial C}{\partial q_i}} \qquad (i = 1,2) \tag{4}$$

と表すことができる．これは他の生産物の生産水準を不変にし，ある特定の生産物の生産量の増加が費用に与える影響から，その生産物に特有な規模の経済性を測定するものである．AIC_i は財 i に関する平均増分費用である．この指標 $PSRS_i$ が 1 よりも大きければ生産物に特有な規模の経済性が存在し，1 よりも小さければ生産物に特有な規模の不経済が存在する．

③ 範囲の経済性（scope economies）の指標は 2 生産物の場合には，

$$SCOPE = \frac{C(q_1,0) + C(0,q_2) - C(q_1,q_2)}{C(q_1,q_2)} \tag{5}$$

と表すことができる．この指標が正となれば範囲の経済性が存在し，負となれば範囲の経済性は存在しないことになる．

④ 本研究の第 2 の目的は，時間変化を含む composite 型関数を推定することである．技術進歩を表す時間変化式は，下記で表現することができる．

Model II（時間変化を含む **composite** 型費用関数）

$$\frac{\partial \ln C}{\partial time} = \left(\alpha_0 + \sum_{m=1}^{6} f_m + \sum_{i=1}^{2} \alpha_i q_i + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{2} \sum_{j=1}^{2} \alpha_{ij} q_i q_j + \sum_{i=1}^{2} \sum_{k=1}^{3} \delta_{ik} q_i \ln r_k + \gamma_t time + \gamma_{tt} (time)^2 \right)^{-1} (\gamma_t + 2\gamma_{tt} time) \tag{6}$$

Model III（産出物，投入要素価格にも時間変化を含む **composite** 型費用関数）

$$\frac{\partial \ln C}{\partial time} = \left(\alpha_0 + \sum_{m=1}^{6} f_m + \sum_{i=1}^{2} \alpha_i q_i + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{2} \sum_{j=1}^{2} \alpha_{ij} q_i q_j + \sum_{i=1}^{2} \sum_{k=1}^{3} \delta_{ik} q_i \ln r_k + \gamma_t time + \gamma_{tt} (time)^2 + \sum_{i=1}^{2} \eta_{ti} time q_i + \sum_{k=1}^{3} \eta_{tk} time \ln r_k \right)^{-1} (\gamma_t + 2\gamma_{tt} time + \sum_{i=1}^{2} \eta_{ti} q_i + \sum_{k=1}^{3} \eta_{tk} \ln r_k) \tag{7}$$

⑤　本研究の第 3 の目的はトランスレイ凸性を判定することである．

$$-\sqrt{\partial^2 C / \partial q_1 \partial q_1 \cdot \partial^2 C / \partial q_2 \partial q_2} \geq \partial^2 C / \partial q_1 \partial q_2 \tag{8}$$

Squires（1988），Gordon *et. al*．（2003）によると（8）式が成立するときに，「トランスレイ凸性と生産物に特有な規模の経済性（product-specific returns to scale）が矛盾なく両立する」とされている．そこでトランスレイ凸性の成立を（8）式で判定する．

4　データと推定結果

4–1　データ

大都市圏を供給区域とする少数の大手事業者 4 社（東京，大阪，東邦，西部各ガス会社，top four）と，以上の 4 社以外で，ガス売上高 300 億円以上（各 2009 年 3 月現在）の中堅事業者 4 社（京葉，北陸，中部，広島，backbone）のうち，データを得ることができた京葉，中部，広島の各ガス

会社の 3 社の，合計 7 社を今回の分析の対象と考えた．時系列では 1991 年～2008 年の 18 年間のデータを用いた，7 社 x 18 年間，データ個数が合計 126 のパネルデータで，欠損値はない．データの出所は各社の『有価証券報告書』（各年度版），『ガス事業年報』（資源エネルギー庁，各年版），『経済統計年報』（日本銀行，各年版）である．阪神大震災のあった 1994 年度の大阪ガスのデータは，4 月から 12 月までのデータを 12/9 倍して換算した．変数は次のとおりである．

本研究で必要とするデータは，総費用，複数財の産出量，労働価格，資本価格，原材料価格およびその他投入財価格である．総費用は経営全体の費用を考え，その投入要素として①労働費，②資本費，③原材料費およびその他費用，に分割して考えた．費用，生産量，要素価格等は以下のとおりである．

①－1　労働価格：年間平均給与を用いた．
①－2　労働費用：年間平均給与に各期末従業員数を乗じて求めた．

年間平均給与と従業員数は各事業者の『有価証券報告書』より入手した．

②－1　資本価格：ユーザーコストを作成し，それを用いた．

ユーザーコストの作成方法は次のとおりである．

減価償却率に貸出約定金利を加えたものに資本財価格を乗じ，1 から法人税等の税率を引いたもので除して作成した．また，減価償却率は今期の有形固定資産減価償却額を期首の有形固定資産額で除して求めた．有形固定資産減価償却額と期首の有形固定資産額は各事業者の『有価証券報告書』より入手した．貸出約定金利は日本銀行のホームページより入手した．資本財価格（2000 年基準）も日本銀行のホームページより入手した．法人税等の税率は法人税，住民税および事業税を営業収入で除して求め

た．法人税，住民税及び事業税と営業収入は各事業者の『有価証券報告書』より入手した．

②－2　資本費用：有形固定資産額にユーザーコストを乗じて求めた．

③－1　原材料価格およびその他投入財価格：原材料価格およびその他投入財価格は，日本銀行調査統計局「物価指数月報」の国内企業物価指数を用いた．この理由は次のとおりである．

当初，原材料価格を（売上原価／ガス販売量）で計算し，原材料費用を売上原価として，これらをその他投入財価格，その他投入財費用と分離して求めようとした．しかし原材料価格，原材料費用は各社，各年度でかなりのばらつきが発生し，このデータを用いて推定したがうまくいかなかった．これは前述のとおり大手事業者 4 社は，分析対象期間中に原材料を LNG 系に転換しているものの，中堅事業者 3 社は分析期間中の 1995 年～2000 年にかけて，LNG 系に転換したことに起因していると考えられる．すなわち中堅事業者 3 社の原材料には，分析期間中には LNG 原材料を初めとするガス材料だけでなく様々な生産要素が混じっているために，個別の事業者の価格情報を得ることが難しいためであろうと推察した．そこで原材料費用とその他投入財費用を合算し，原材料およびその他投入財については各事業者が同じ価格に直面しているものと仮定した．

③－2　原材料費用およびその他投入財費用：

原材料費およびその他投入財費用は，「売上原価，営業雑費用，附帯事業費用，営業外費用等から構成される損益計算書の費用合計」から，上記の方法で計算した労働費用と資本費用を差し引いたものとした．これらのデータは各事業者の『有価証券報告書』より入手した．

④　総費用：「損益計算書の費用合計」を総費用とした．すなわち，労働

表 2　データの記述統計

	平均	標準偏差
費用（百万円）	3,112.79	1236.15
労働シェア	0.3273	0.0789
資本シェア	0.4005	0.1249
原材料およびその他投入財シェア	0.2722	0.0517
家庭用ガス販売量合計（百万 m^3）	6,952.82	1790.81
それ以外（商業用，工業用およびその他）用ガス販売量合計（百万 m^3）	21,177.63	8,583.84
労働価格（千円）	1,074.23	722.66
資本価格	0.1721	0.0721

費用と資本費用と原材料費用およびその他投入財費用の合計が総費用である．

⑤　産出量：家庭用ガス販売量合計，それ以外（商業用，工業用およびその他）用ガス販売量合計（各百万 m^3）．

表 2 は本稿で用いたデータの記述統計を示したものである．なお，composite 型費用関数の推定に当たっては，全ての変数を平均で除したものを用いている．ただし総費用は平均化していない．

4–2　推定結果

表 3 に各係数の推定結果と，推定結果から計算した対数尤度（Log likelihood），AIC, Schwarz の BIC 基準（SBIC）を示した．推定は SUR 法で，TSP 5.0 を用いた．

Model I はどれも良好な推定結果を示している．これに対して Model II と Model III の産出物と価格との交差項の推定結果は悪い．Model I, Model II, Model III とも価格項の推定結果の統計値は良好であるが，Model II の価格項の推定結果は少し疑問が残る．係数の推定結果，*SSE*（Sum of squared residuals），*R2*（R-squared）からは，Model I, Model II, Model III のうちの

どれが最も良い推定結果かの判別を行えないため，Log likelihood, AIC 基準と Schwarz の BIC 基準を計算した．しかし Log likelihood では尤度比検定は棄却され，最も良い推定結果の判別がつかなかった．AIC 基準から判断すると Model III が最も良い結果であり，SBIC 基準から判断すると Model I が最も良い結果であることがわかる．

表 3　composite 型費用関数の推定結果

	Model I		Model II		Model III	
	係数	標準誤差	係数	標準誤差	係数	標準誤差
定数項	0.3155	0.2270	0.7999**	0.0805	0.2973	1.0491
家庭用ガス販売量	−0.2445**	0.0946	−0.6060**	0.2047	2.1297**	0.2183
それ以外用ガス販売量	1.3331**	0.4451	1.0939**	0.2586	−0.5196**	0.1099
家庭用ガス販売量×家庭用ガス販売量	0.7462**	0.2568	−0.04820	0.2624	−3.1506**	0.3804
それ以外用ガス販売量×それ以外用ガス	−0.5899**	0.2285	−0.5966*	0.3367	−0.4990**	0.1860
家庭用ガス販売量×それ以外用ガス販売量	−0.5598**	0.2052	0.1009	0.3062	1.2374**	0.2484
家庭用ガス販売量×資本価格	0.7743**	0.2752	0.0956	0.0789	−0.0001	0.0001
家庭用ガス販売量×労働価格	−0.4000**	0.1422	0.0593	0.0472	−0.0003	0.0003
家庭用ガス販売量×原材料価格, その他価格	−0.3743**	0.1330	−0.1548	0.1261	0.0004	0.0004
それ以外用ガス販売量×資本価格	−0.9856**	0.3491	−0.1746*	0.0820	0.0001	0.0001
それ以外用ガス販売量×労働価格	0.5093**	0.1804	−0.1065*	0.0493	0.0003	0.0002
それ以外用ガス量×原材料価格，その他	0.4764**	0.1687	0.2810*	0.1313	−0.0004	0.0003
資本価格	0.4979*	0.2087	0.7130**	0.0733	0.3874**	0.0067
労働価格	0.2731*	0.1081	0.1633**	0.0273	0.3205**	0.0052
原材料価格およびその他投入財価格	0.2291*	0.1011	0.1236**	0.0465	0.2920**	0.0096
資本価格×資本価格	3.8438**	1.1399	1.3251**	0.2360	0.2948**	0.0299
労働価格×労働価格	0.2075	0.4153	1.2059**	0.2127	0.0542**	0.0186
原材料価格, その他×原材料価格, その他	1.1310**	0.2768	−0.7000*	0.3269	0.1080**	0.0291
資本価格×労働価格	−1.4602*	0.6236	−1.6155**	0.2282	−0.1205**	0.0219
資本価格×原材料価格，その他価格	−2.3836**	0.5704	0.2903	0.2035	−0.1743**	0.0209
労働価格×原材料価格，その他価格	1.2526**	0.2962	0.4097**	0.1251	0.0663**	0.0168
Time	—	—	−0.0324*	0.0193	−0.0747**	0.0190
time×*time*	—	—	−0.0093*	0.0032	−0.0031**	0.0004
time×家庭用ガス販売量	—	—	—	—	−0.0711**	0.0101
Time×それ以外用ガス販売量	—	—	—	—	0.0080	0.0084
time×資本価格	—	—	—	—	0.0104**	0.0011
time×労働価格	—	—	—	—	−0.0006*	0.0004
time×原材料価格およびその他投入財価格	—	—	—	—	−0.0097**	0.0010
Cost function	*SSE* = 9.435 *R2* = 0.7380		*SSE* = 6.978 *R2* = 0.8126		*SSE* = 3.289 *R2* = 0.9277	
Log likelihood, AIC, SBIC	34.55, −12.55, **19.41**		39.19, −15.19, 39.19		48.36, **−37.36,** 21.38	

注：**は有意水準 1%，*は有意水準 10% で有意であることを示している．ダミーは省略した．
SSE = Sum of squared residuals, *R2* = R-squared.

5　関数型の比較

5–1　関数の適合度の比較

Model I, Model II, Model III の 3 本の推定結果の適合度検定を行い，その結果を表 4 にまとめた．まず，三つのモデルの産出量に係るパラメータがすべて 0 かどうかの F 検定を行った．これには三つのモデルとも合格した．すなわちこれらの係数は有意に 0 ではないことを確認した．誤差項の分散の不均一性に関する Breusch-Pagan test でも，三つのモデルとも合格した．

さらにデータを対数変換した費用の現実値，および推定したパラメータを用いて計算した三つのモデルの費用の計算値について，それぞれ正規分布しているかどうかの検定を行った．検定方法は正規分布から予想される頻度と比較する一標本 Kolmogorov-Smirnov 検定と，歪度（skewness）と尖度（kurtosis）から正規性を検定する D'Agostino-Pearson 検定である．それぞれ棄却率（p 値）が 5% 以上の場合，正規分布と有意差が無いと判断される．Kolmogorov-Smirnov 検定では元のデータと三つの計算値すべての正規性は否定されない．D'Agostino-Pearson 検定では，元のデータと Model III のみ，正規性は否定されないが，Model I と Model II による計算値の正規性は否定された．すなわち「Model I と Model II による計算値は正規分布と有意な差がある」という結果を得た．

以上の検定結果から考えると三つのモデルの中で Model III の適合度が高いと考えられる．そこで最後に non-parametric 検定を実施した．検定対象は先ほどと同様に，データを対数変換した費用の現実値，および推定したパラメータを用いて計算した三つのモデルの費用の計算値との比較である．第一の Mann-Whitney の U 検定は non-parametric な統計学的検定で最

表 4　関数の適合度比較

	Model I	Model II	Model III	現実値	有意差
F 検定 ($H_0: \alpha_i, \alpha_{ij}, \delta_{ik}=0$)	12.96**	10.03**	14.11**	− − −	無
誤差項の分散不均一性					
Breusch-Pagan test	72.63**	98.79**	69.18**	− − −	無
（棄却値）	0.99854	0.76964	0.99783	− − −	
データの正規性の検定					
Kolmogorov-Smirnov 検定	D＝0.0972 0.10＜p＜0.20	D＝0.1115 0.05＜p＜0.10	D＝0.0917 0.10＜p＜0.20	D＝0.1247 0.10＜p＜0.20	無
（棄却率）	（有意差無）	（有意差無）	（有意差無）	（有意差無）	
D'Agostino-Pearson 検定（統計量）	K^2＝19.61	K^2＝24.67	K^2＝8.224	K^2＝15.50	有
	（p＝0.00052）	（p＝0.00004）	（p＝0.1648）	（p＝0.1543）	
（棄却率）	（有意差有）	（有意差有）	（有意差無）	（有意差無）	
分布の同一性の検定					
Mann-Whitney 検定	7913	8343	8052	− − −	無
（棄却率）	0.0615	0.2310	0.0985	− − −	
	（有意差無）	（有意差無）	（有意差無）		
Savage 検定	147.53	155.41	151.13	− − −	有
（棄却率）	0.1359	0.0110	0.0913	− − −	
	（有意差無）	（有意差有）	（有意差無）		

注：**は有意水準 1% で有意であることを示している．使用したソフトは，F 検定，DW test, LM het test, Breusch- Pagan test は TSP 5.0 を用い，その他は国際基督教大学　廣田忠雄氏による Excel に add-on する Statistica を用いた．これらは両側検定である．ここに記して謝す．

もよく知られるものの 1 つであり，Wilcoxon の順位和検定と実質的に同じ方法である．独立な二組の標本の有意差検定として用いられ，有限個の標本に基づいて二つの観測された分布が同一の母集団から取られているのかどうか，異なるものであるかどうかを調べるものである．すなわち，二つの観察された分布の間の重なりの度合が，偶然で期待されるよりも小さいかどうかを，「両標本が同じ母集団（正規分布を仮定していない）から抽出された」を帰無仮説にして検定する方法である．

第二の Savage 検定は，サンプルサイズが小さい時は UMP 検定（一様最強力検定），漸近的には MP 検定（最強力検定）であることがわかって

いる．一般に non-parametric 検定の中でも，とりわけ検出力が高いといわれている．その目的と原理は Mann-Whitney 検定と同じ（正規分布を仮定していない）である．両検定とも棄却率（p 値）が 5% 以上の場合，二群には有意差が無いと判断される．

Mann-Whitney 検定では，三つのモデルとも「両標本が同じ母集団から抽出された」という帰無仮説が棄却されなかった．Savage 検定では，Model I と Model III において「両標本が同じ母集団から抽出された」という帰無仮説が棄却されなかったが，Model II については帰無仮説が棄却され，「両標本が異なる母集団から抽出された」という対立仮説が採用され，モデル設定に疑問が残る結果となった．

以上の結果をまとめると下記の 3 点が得られ，Model III が最も良いモデル設定であると考えられる．

① 表 4 の D'Agostino-Pearson 検定によって，Model I と Model II による計算値は正規分布と有意な差があるが，Model III による計算値は正規分布と有意な差がない（正規分布している）という結果を得たこと．（best は Model III）

② 表 4 の Savage 検定では，対数変換した費用の現実値と Model II による計算値は，「両標本が同じ母集団から抽出された」という帰無仮説が棄却され，モデル設定に問題が残った．しかし Model I, Model III ではこの帰無仮説が棄却できなかったこと．（better は Model I と Model III）

③ 表 3 の Kullback-Leibler 情報量を利用した AIC 基準，SBIC 基準から判断すると，それぞれ Model III, Model I が最も良いモデル設定であると考えられること．（better は Model I と Model III）

5–2 費用関数の満たすべき性質

次に費用関数が満足するべき性質を考察する．係数の対称性と費用関数の生産要素価格に関する 1 次同次性は，推定のときにあらかじめ課したた

め，満たされている．したがって，確かめなければならないのは，費用関数が産出物の単調非減少関数であること，費用関数が生産要素価格の単調非減少関数であることと，費用関数が生産要素価格に関して擬凹関数であることである．

① 費用関数が産出物の単調非減少関数であることは，$\partial C/\partial q_i$（$i = 1, 2$）が非負になればよい．産出物に関する非負条件は以下である．表 5 にこの検定結果を示した．表 5 の上半分は各データの平均値を基準点と考えて，Wald 検定によってそれぞれの正則条件の検定を実施した結果である．表 5 の下半分は全観測点に関して計算した結果をまとめて示したものである．家庭用ガス販売量，それ以外用ガス販売量とも，Model I では全観測点のうち，約 75% で満足していた．Model II では約 85% で条件を満足していた．Model III では約 90% で条件を満足していた．通常の translog 型費用関数に比較して全観測点における満足点の%は低い．この理由は，表 5 の下半分に示した全観測点から計算した結果の最大値，最小値，平均値からわかるように，産出物の対数結果を計算する translog 型関数に比較して，composite 型費用関数は産出物の対数を取らない形式での計算であるため，値が大きくなる．このため数値の動きが大きくなり，満足度の%が低下すると考えられる．

〈費用関数が産出物の単調非減少関数であるための条件は，以下の関数が非負であること.〉

Model I（composite 型費用関数）

$$\partial C/\partial q_i = C[\alpha_i + \sum_{j=1}^{2} \alpha_{ij} q_j + \sum_{k=1}^{3} \delta_{ik} \ln r_k] \left(\alpha_0 + \sum_{m=1}^{6} f_m + \sum_{i=1}^{2} \alpha_i q_i + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{2} \sum_{j=1}^{2} \alpha_{ij} q_i q_j + \sum_{i=1}^{2} \sum_{k=1}^{3} \delta_{ik} q_i \ln r_k \right)^{-1} \tag{9}$$

Model II（時間変化を含む **composite** 型費用関数）

$$\partial C/\partial q_i = C[\alpha_i + \sum_{j=1}^{2}\alpha_{ij}q_j + \sum_{k=1}^{3}\delta_{ik}\ln r_k]\left(\alpha_0 + \sum_{m=1}^{6}f_m + \sum_{i=1}^{2}\alpha_i q_i + \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{2}\sum_{j=1}^{2}\alpha_{ij}q_i q_j + \sum_{i=1}^{2}\sum_{k=1}^{3}\delta_{ik}q_i \ln r_k + \gamma_t time + \gamma_{tt}(time)^2\right)^{-1} \quad (9)'$$

Model III（産出物，投入要素価格にも時間変化を含む **composite** 型費用関数）

$$\partial C/\partial q_i = C[\alpha_i + \sum_{j=1}^{2}\alpha_{ij}q_j + \sum_{k=1}^{3}\delta_{ik}\ln r_k + \eta_{ti}time]\left(\alpha_0 + \sum_{m=1}^{6}f_m + \sum_{i=1}^{2}\alpha_i q_i + \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{2}\sum_{j=1}^{2}\alpha_{ij}q_i q_j + \sum_{i=1}^{2}\sum_{k=1}^{3}\delta_{ik}q_i \ln r_k + \gamma_t time + \gamma_{tt}(time)^2 + \sum_{i=1}^{2}\eta_{ti}timeq_i + \sum_{k=1}^{3}\eta_{ik}time\ln r_k\right)^{-1} \quad (9)''$$

② 費用関数が生産要素価格の単調非減少関数であることは $\partial C/\partial r_k$（$k = 1, 2, 3$）が非負になればよい．生産要素価格に関する非負条件は以下である．労働価格，資本価格，原材料価格およびその他投入財価格ともデータの平均およびデータの全てで満たされていた．

〈費用関数が生産要素価格の単調非減少関数であるための条件は以下の関数が非負であること．〉

Model I（**composite** 型費用関数）

$$\partial C/\partial r_k = \frac{C}{r_k}[(\sum_{i=1}^{2}\delta_{ik}q_i)\left(\alpha_0 + \sum_{m=1}^{6}f_m + \sum_{i=1}^{2}\alpha_i q_i + \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{2}\sum_{j=1}^{2}\alpha_{ij}q_i q_j + \sum_{i=1}^{2}\sum_{k=1}^{3}\delta_{ik}q_i \ln r_k\right)^{-1} + \beta_k + \sum_{l=1}^{3}\beta_{kl}\ln r_l] \quad (10)$$

Model II（時間変化を含む **composite** 型費用関数）

$$\partial C/\partial r_k = \frac{C}{r_k}[(\sum_{i=1}^{2}\delta_{ik}q_i)\left(\alpha_0+\sum_{m=1}^{6}f_m+\sum_{i=1}^{2}\alpha_i q_i+\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{2}\sum_{j=1}^{2}\alpha_{ij}q_i q_j+\sum_{i=1}^{2}\sum_{k=1}^{3}\delta_{ik}q_i \ln r_k+\gamma_t time+\gamma_{tt}(time)^2\right)^{-1}+\beta_k+\sum_{l=1}^{3}\beta_{kl}\ln r_l] \quad (10)'$$

Model III（産出物，投入要素価格にも時間変化を含む **composite** 型費用関数）

$$\partial C/\partial r_k = \frac{C}{r_k}[(\sum_{i=1}^{2}\delta_{ik}q_i+\eta_{tk}time)\left(\alpha_0+\sum_{m=1}^{6}f_m+\sum_{i=1}^{2}\alpha_i q_i+\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{2}\sum_{j=1}^{2}\alpha_{ij}q_i q_j+\sum_{i=1}^{2}\sum_{k=1}^{3}\delta_{ik}q_i \ln r_k+\gamma_t time+\gamma_{tt}(time)^2+\sum_{i=1}^{2}\eta_{ti}timeq_i+\sum_{k=1}^{3}\eta_{ik}time\ln r_k\right)^{-1}+\beta_k+\sum_{l=1}^{3}\beta_{kl}\ln r_l] \quad (10)''$$

③　費用関数が生産要素価格に関して擬凹関数であるためには，次の Hessian 行列が半負値定符号になることが必要十分条件である[3)]．

$$H_r=\begin{bmatrix}\frac{\partial^2 C}{\partial r_1^2} & \frac{\partial^2 C}{\partial r_2\partial r_1} & \frac{\partial^2 C}{\partial r_3\partial r_1}\\ \frac{\partial^2 C}{\partial r_1\partial r_2} & \frac{\partial^2 C}{\partial r_2^2} & \frac{\partial^2 C}{\partial r_3\partial r_2}\\ \frac{\partial^2 C}{\partial r_1\partial r_3} & \frac{\partial^2 C}{\partial r_2\partial r_3} & \frac{\partial^2 C}{\partial r_3^2}\end{bmatrix} \quad (11)$$

これが半負値定符号であるための必要十分条件は，（11）の行列式をとって，その行列式の奇数次の首座小行列式が非正，偶数次の首座小行列式が非負になることである．これを具体的に書くと，

③－1（11）の対角要素である第一首座小行列式が非正．

$$H_1=\left|\frac{\partial^2 C}{\partial r_1^2}\right|\le 0,\qquad H_2=\left|\frac{\partial^2 C}{\partial r_2^2}\right|\le 0,\qquad H_3=\left|\frac{\partial^2 C}{\partial r_3^2}\right|\le 0$$

③－2　第二首座小行列式が非負.

$$H_{12} = \begin{vmatrix} \dfrac{\partial^2 C}{\partial r_1^2} & \dfrac{\partial^2 C}{\partial r_2 \partial r_1} \\ \dfrac{\partial^2 C}{\partial r_1 \partial r_2} & \dfrac{\partial^2 C}{\partial r_2^2} \end{vmatrix} \geq 0 ,$$

$$H_{13} = \begin{vmatrix} \dfrac{\partial^2 C}{\partial r_1^2} & \dfrac{\partial^2 C}{\partial r_3 \partial r_1} \\ \dfrac{\partial^2 C}{\partial r_1 \partial r_3} & \dfrac{\partial^2 C}{\partial r_3^2} \end{vmatrix} \geq 0 ,$$

$$H_{23} = \begin{vmatrix} \dfrac{\partial^2 C}{\partial r_2^2} & \dfrac{\partial^2 C}{\partial r_3 \partial r_2} \\ \dfrac{\partial^2 C}{\partial r_2 \partial r_3} & \dfrac{\partial^2 C}{\partial r_3^2} \end{vmatrix} \geq 0$$

③－3　第三首座小行列式，すなわちこの場合，ヘッセ行列式が非正.

$$H_{123} = \begin{vmatrix} \dfrac{\partial^2 C}{\partial r_1^2} & \dfrac{\partial^2 C}{\partial r_2 \partial r_1} & \dfrac{\partial^2 C}{\partial r_3 \partial r_1} \\ \dfrac{\partial^2 C}{\partial r_1 \partial r_2} & \dfrac{\partial^2 C}{\partial r_2^2} & \dfrac{\partial^2 C}{\partial r_3 \partial r_2} \\ \dfrac{\partial^2 C}{\partial r_1 \partial r_3} & \dfrac{\partial^2 C}{\partial r_2 \partial r_3} & \dfrac{\partial^2 C}{\partial r_3^2} \end{vmatrix} \leq 0$$

以上の性質が費用関数の全域で成立することはなかなか保証されないが，少なくとも分析に使用しているデータの平均値の周辺，およびデータの全域においてこの性質が成り立っていることが要請される．これらの計算は（10)－(10)”式を各生産要素価格を用いて再度，偏微分することによって得られる.

表 5 の計算結果を見ると，第一首座小行列式はすべて有意に非正である．しかし第二首座小行列式は一部に有意に非負が成立しないものがあることがわかる．第三首座小行列式の非正制約はかなり難しくなる．Model I の第三首座小行列式の値は微少過ぎて計算できなかった．これは計算結

表 5　正則性条件の検証

		Model I	Model II	Model III
データの平均値	①産出物に関する単調非減少性			
	家庭用ガス販売量	3.4937*	1.6099**	3.0967*
	それ以外用ガス販売量	2.7136**	1.5996**	2.8721**
	②生産価格に関する単調非減少性			
	資本価格	0.0849**	0.3520**	0.3538**
	労働価格	0.1494**	0.3241**	0.3262**
	原材料・その他投入財価格	0.0572*	0.2654**	0.2589**
	③擬凹性			
	H_1	−0.0331**	−0.0548**	−0.0792**
	H_2	−0.0178**	−0.0374**	−0.0664**
	H_3	−0.00052*	−0.0112**	−0.0205**
	H_{12}	0.0015*	0.0074*	0.0043*
	H_{13}	0.00049	0.0084*	0.0091*
	H_{23}	0.00017	0.0033	0.0062*
	H_{123}	微少のため計算不能	−0.000002	−0.000006*
全観測点	①産出物に関する単調非減少性			
	家庭用ガス販売量	75.40%（95 ; 31）	84.92%（107 ; 19）	89.68%（113 ; 13）
	（最大，最小，平均）	（10.81, −9.28, 3.49）	（9.60, −9.88, 1.61）	（9.79, −5.85, 3.10）
	それ以外用ガス販売量	74.60%（94 ; 32）	83.33%（105 ; 21）	92.06%（116 ; 10）
	（最大，最小，平均）	（9.49, −8.93, 2.71）;	（8.69, −4.02, 1.60）;	（9.93, −5.92, 2.87）
	②生産価格に関する単調非減少性			
	資本価格	100.00%（126 ; 0）	100.00%（126 ; 0）	100.00%（126 ; 0）
	（最大，最小，平均）	（0.5560, 0.0593, 0.0849）	（0.5560, 0.0593, 0.3520）	（0.6150, 0.0593, 0.3538）
	労働価格	100.00%（126 ; 0）	100.00%（126 ; 0）	100.00%（126 ; 0）
	（最大，最小，平均）	（0.8431, 0.0555, 0.1494）	（0.8423, 0.0555, 0.3242）	（0.8421, 0.0555, 0.3262）
	原材料・その他投入財価格	100.00%（126 ; 0）	100.00%（126 ; 0）	100.00%（126 ; 0）
	（最大，最小，平均）	（0.4170, 0.0542, 0.0572）	（0.4170, 0.0542, 0.2654）	（0.4169, 0.0695, 0.2589）
	③擬凹性			
	H_1	96.0%（121 ; 5）	97.6%（123 ; 3）	100%（126 ; 0）
	H_2	96.0%（121 ; 5）	98.4%（124 ; 2）	100%（126 ; 0）
	H_3	94.4%（119 ; 7）	97.6%（123 ; 3）	98.4%（124 ; 2）
	H_{12}	97.6%（123 ; 3）	95.2%（120 ; 6）	96.8%（122 ; 4）
	H_{13}	96.8%（122 ; 4）	94.4%（119 ; 7）	96.0%（121 ; 5）
	H_{23}	90.5%（114 ; 12）	92.1%（116 ; 10）	93.7%（118 ; 8）
	H_{123}	57.1%（72 ; 54）	73.8%（93 ; 33）	83.3%（105 ; 21）

注：Wald 統計量による χ^2 検定を行った．**は有意水準 1%，*は有意水準 10% で有意であることを示している．

果が TSP の計算限界である 10 のマイナス 26 乗以下であるためである．さらに Model I では第三首座小行列式の全観測点においては半数の観測点において非正制約を満足しない．これらの結果から composite 型費用関数の推定結果である Model II, Model III は費用関数の正則条件を満足するが，Model I は費用関数の正則条件を満足しないと結論づけた．

5–3 規模の経済性と範囲の経済性，技術進歩率

推定結果から計算した各種の指標を表 6 に示した．総合的規模の経済性（overall scale economies, ORS）は，Model I, Model II, Model III の 3 式とも規模の経済性が存在することを示している．また，生産物に特有な規模の経済性（product-specific returns to scale, *PSRS1, PSRS2*）では，家庭用の生産物の規模の経済性も，それ以外（商業用，工業用およびその他）用の生産物の規模の経済性も，Model II を除いて，Model I, Model III とも両経済性が存在することがわかった．Model II では家庭用の生産物の規模の経済性は存在しないことがわかった．

しかし範囲の経済性の存在は少し微妙である．Model I, Model II では，家庭用とそれ以外（商業用，工業用およびその他）用との間に範囲の経済性が存在していることがわかった．しかしこれまでの検定条件をほとんどクリヤーする Model III では，範囲の経済性は存在しない（有意ではないが）という結果を得た．また，Model II と Model III の時間変化式から計算した費用節約的な技術進歩率は，年率 3–4% 程度であることを示している．最後に，平均値で計算したトランスレイ凸性の成立の判定では，Model I, Model I ではトランスレイ凸性が成立しているが，Model III では成立しないことがわかった．

6　結論と今後の課題

表 4 の適合度比較の結果，表 3 の AIC 基準，SBIC 基準の結果，表 5 の費用関数の正則条件の判定から判断して，Model III が最も良いモデル設定であると考えられる．この Model III の推定結果から判断すると以下のことがいえる．

① 総合的規模の経済性（overall scale economies, *ORS*）は存在する．

② 生産物に特有な規模の経済性（product-specific returns to scale, *PSRS1, PSRS2*）では，家庭用の生産物の規模の経済性も，それ以外（商業用，工業用およびその他）用の生産物の規模の経済性も，両経済性とも存在する．

③ 家庭用の生産物とそれ以外（商業用，工業用およびその他）用の生産物の間の，範囲の経済性が存在するかどうかは判定できない．

④ 費用節約的な技術進歩率は年平均で約 3–4% である．

⑤ トランスレイ凸性は，データの平均値においては成立しない．

通常の composite 型費用関数のモデル設定は Model I である．この場合，表 6 を見ると総合的規模の経済性も，生産物に特有な規模の経済性も，範囲の経済性もすべて成立している．この結果と Model III の結果とを比較すると，費用節約的な技術進歩の存在が範囲の経済性の程度を落としていく動きを示している（すなわち技術進歩を考えないと範囲の経済性は成立するが，技術進歩を入れると範囲の経済性は成立しなくなる）ことがわかる．Model I と Model III だけで考えると，家庭用ガス販売量とそれ以外（商業用，工業用およびその他）用のガス販売量の 2 種類の産出物では，家庭用ガス販売だけの規模の経済性（生産物に特有な規模の経済性）は，それ以外（商業用，工業用およびその他）用のガス販売の規模の

表 6　規模の経済性と範囲の経済性，技術進歩率

	Model I		Model II		Model III	
	推定値	標準誤差	推定値	標準誤差	推定値	標準誤差
ORS	7.370**	2.7531	4.634**	0.4396	2.281**	0.2295
PSRS1	7.410**	1.8509	0.970**	0.2362	8.274**	1.1148
PSRS2	2.609**	0.3573	4.225**	0.3207	2.141**	0.6717
SCOPE	0.949**	0.1054	0.896**	0.1302	–0.712	1.3682
$\partial \ln C / \partial time$			–0.026**	0.0066	–0.044**	0.0041
Trans-ray convexity	–0.264＞－0.265（平均値で）		–0.231＞－0.232（平均値で）		–0.198＜－0.196（平均値で）	

注：**は有意水準 1%，*は有意水準 10% で有意であることを示している．

経済性に比べて，大きいことがわかった．

Composite 型費用関数において時間変化を導入したモデルは世界的にいまだ報告されていない．当初，推定に際して，最も良い Model 形式は Model II であることを予想していた．Model I をベースモデルと考えれば比較が簡単であり，推定されたパラメータの比較も簡単に行えることを予想していた．しかし様々な検定や適合度比較の結果，複雑な形式の Model III が採用されたことは以外であった．これは対数変換したデータと対数変換しないデータの両方を，同じモデルの中で用いる困難さを表現していると考えられる．

次はトランスログ型の費用関数との推定力のパフォーマンスの比較を考えてみたい．

註

1）トランスログ型の関数では，範囲の経済性を，その十分条件である費用の弱補完性を用いて検証する．しかし十分条件であるため，これが棄却された場合，範囲の経済性の判断はできない．

2）ただし，推定が困難になるため，価格のトランスログ型の部分の定数項および産出との交差項は除外してある．これは Bloch, Madden and Savage（2001）や Fraquelli, Piacenza and Vannoni（2004）においても行われている．

3）（11）の行列が半負値定符号である必要十分条件は，奇数次の首座小行列式が非正，偶数次の首座小行列式が非負になることである．理論的には H 1, H 12, H 123 のみの符号条件のテストでよいが，実証分析では r 1, r 2, r 3 のうちの，どれをどの位置に持ってくるかはすべて等価であるため，すべてをテストした．詳細は中山・浦上（2007）を参照のこと．あるいは Takayama（1993）を参照のこと．

参考文献

［1］Adams, R. M., P. W. Bauer and R. C. Sickles（2004）“Scale economies, scope economies and technical change in Federal Reserve Payment Processing”, *Journal of Money, Credit and Banking,* 36(5), pp.943–958.

［2］Aivazian, V. A., J. A. Callen, M. W. Luke Chan and D. C. Mountain（1987）“Economies of scale versus technological change in the natural gas transmission industry”, *Review of Economics and Statistics,* 69(3), pp.556–561.

［3］Bloch, H., G. Madden and S. J. Savage（2001）“Economies of Scale and Scope in Australian Telecommunications,” *Review of Industrial Organization,* 18(2), March, pp.219–227.

［4］Fraquelli, G., M. Piacenza, and D. Vannoni,（2004）“Scope and Scale Economies in Multi-utilities : Evidence from Gas, Water, and Electricity Combinations,” *Applied Economics,* 36(18), October, pp.2045–2057.

［5］Gordon, D. V., K. Gunisch, and C. V. Pawluk（2003）“A natural monopoly in natural gas transmission”, *Energy Economics,* 25, pp.473–485.

［6］Granderson, G.（1997）“Parametric analysis of cost inefficiency and the decomposition of productivity growth for regulated firms”, *Applied Economics,* 29(3), pp.339–348.

［7］Kinugasa, T.（1997）“Flexible Cost Function Estimates for Gas and Fuel Corporation in Australia”, *Review of Urban & Regional Development Studies,* 9(2), pp.103–114.

［8］衣笠達夫（2002）「日本の都市ガス産業の Averch-Johnson 効果の分析」『公益事業研究』第 54 巻第 2 号，pp.91–100.

［9］Kinugasa, T.（2003）“Estimating a non-minimum cost function for gas distribution industry in Japan,” *International Journal of Social Economics* 30(2/3), pp.221–230.

［10］衣笠達夫（2005）『公益事業の生産性分析』中央経済社.

［11］McKillop, D. G., Glass, J. C. and Morikawa, Y.,“The Composite Cost Function and Efficiency in Giant Japanese Banks,” *Journal of Banking & Finance,* 20（10）, December 1996, pp.1651–1671.
［12］中山徳良，浦上拓也（2007）“トランスログ型費用関数に関する覚書”名古屋市立大学 Working Paper 07/12.
［13］中山徳良，衣笠達夫（2009）「わが国の放送産業の費用構造：コンポジット型費用関数を用いた分析」日本地域学会発表論文，於　広島大学.
［14］Pulley, L. B. and Y. M. Braunstein（1992）“A Composite Cost Function for Multiproduct Firms with an Application to Economies of Scope in Banking,” *Review of Economics and Statistics,* 74（2）, May, pp.221–230.
［15］Rushdi, A.（1994）“Productivity Change in the Gas and Fuel Corporation of Victoria”, *Energy Economics,* 16（1）, pp.36–45.
［16］Sickles, R. C. and M. L. Streitwieser（1992 a）“Technical inefficiency and productive decline in the U.S. interstate natural gas pipeline industry under the Natural Gas Policy Act”, *Journal of Productivity Analysis,* 3（1/2）, pp.119–133.
［17］Sickles, R. C. and M. L. Streitwieser（1992 b）“The structure of technology, substitution, and productivity in the interstate natural gas transmission industry under the NGPA of 1978”, CES *Working paper* 92–9, US Bureau of Census.
［18］Squires, D.（1988）“Production technology, costs, and multiproduct industry structure”, *Canadian Journal of Economics,* 11（3）, pp.358–378.
［19］Takayama, A.（1993）*Analytical Method in Economics,* Michigan U.P.
［20］竹中康治編（2009）『都市ガス産業の総合分析』NTT 出版.

Appendix

Composite 型費用関数との比較を行うために，下記の形式の Box-Cox 変換した translog 型費用関数の推定を行い，推定結果を次の附表 1 に示した．規模の経済性（ORS），生産物に特有な規模の経済性（*PSRS1*，*PSRS2*）および範囲の経済性（SCOPE）の計算は，Composite 型費用関数と同じ方法で行った.

附 Model I（産出物，投入要素価格にも時間変化を含む Box-Cox 変換した translog 型費用関数，二種類の産出物の λ が同じケース）

$$\ln C = \alpha_0 + \sum_{m=1}^{6} f_m + \sum_{i=1}^{2} \alpha_i \left(\frac{q_i^{\lambda}-1}{\lambda}\right) + \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{2}\sum_{j=1}^{2} \alpha_{ij} \left(\frac{q_i^{\lambda}-1}{\lambda}\right)\left(\frac{q_j^{\lambda}-1}{\lambda}\right) + \sum_{i=1}^{2}\sum_{k=1}^{3} \delta_{ik} \left(\frac{q_i^{\lambda}-1}{\lambda}\right) \ln r_k$$
$$+ \sum_{k=1}^{3} \beta_k \ln r_k + \frac{1}{2}\sum_{k=1}^{3}\sum_{l=1}^{3} \beta_{kl} \ln r_k \ln r_l + \gamma_t time + \gamma_{tt} (time)^2 + \sum_{i=1}^{2} \eta_{it} time \left(\frac{q_i^{\lambda}-1}{\lambda}\right)$$
$$+ \sum_{k=1}^{3} \eta_{tk} time \ln r_k$$

附 Model II（産出物，投入要素価格にも時間変化を含む Box-Cox 変換した translog 型費用関数，二種類の産出物の λ が異なるケース）

$$\ln C = \alpha_0 + \sum_{m=1}^{6} f_m + \sum_{i=1}^{2} \alpha_i \left(\frac{q_i^{\lambda_i}-1}{\lambda_i}\right) + \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{2}\sum_{j=1}^{2} \alpha_{ij} \left(\frac{q_i^{\lambda_i}-1}{\lambda_i}\right)\left(\frac{q_j^{\lambda_j}-1}{\lambda_j}\right) + \sum_{i=1}^{2}\sum_{k=1}^{3} \delta_{ik} \left(\frac{q_i^{\lambda_i}-1}{\lambda_i}\right) \ln r_k$$
$$+ \sum_{k=1}^{3} \beta_k \ln r_k + \frac{1}{2}\sum_{k=1}^{3}\sum_{l=1}^{3} \beta_{kl} \ln r_k \ln r_l + \gamma_t time + \gamma_{tt} (time)^2 + \sum_{i=1}^{2} \eta_{it} time \left(\frac{q_i^{\lambda_i}-1}{\lambda_i}\right)$$
$$+ \sum_{k=1}^{3} \eta_{tk} time \ln r_k$$

附表をみると附 *Model* I，附 *Model* II とも，Box-Cox 変換の Lamda 値はそれぞれ有意ではない．しかしその値は 0.3 から 0.5 の近くまで大きくなることがわかる．これは産出 y1, y2 の両方が対数式，logy1, logy2 では表現できないことを示している．さらに推定結果と規模の経済性，生産物に特有な規模の経済性および範囲の経済性の計算結果をみても，良好な結果が得られたとはいえない．これが Composite 型費用関数を使用した一つの理由である．

附表 1　産出物を Box-Cox 変換した translog 型費用関数の推定結果

	附 Model I		附 Model II	
	係数	標準誤差	係数	標準誤差
定数項	–0.0720	0.1532	0.0434	0.1073
家庭用ガス販売量	0.3876	0.5734	0.4053	0.3956
それ以外用ガス販売量	0.2795	0.5796	0.4245	0.3855
家庭用ガス販売量×家庭用ガス販売量	0.2262	0.4012	0.1988	0.2882
それ以外用ガス販売量×それ以外用ガス	0.2993	0.2848	0.3632*	0.2031
家庭用ガス販売量×それ以外用ガス販売量	–0.2119	0.2574	–0.2435	0.1838
家庭用ガス販売量×資本価格	–0.0634*	0.0381	–0.0733**	0.0218
家庭用ガス販売量×労働価格	0.4136*	0.2205	–0.0031	0.0134
家庭用ガス販売量×原材料価格, その他価格	–0.3502*	0.2127	0.0764**	0.0260
それ以外用ガス販売量×資本価格	–0.0775*	0.0415	–0.0627**	0.0231
それ以外用ガス販売量×労働価格	0.1405	0.2316	0.0484**	0.0158
それ以外用ガス量×原材料価格，その他	–0.0630	0.2233	0.0143	0.0283
資本価格	0.3267**	0.0359	0.3267**	0.0202
労働価格	0.3267**	0.0129	0.3584**	0.0134
原材料価格およびその他投入財価格	0.3480**	0.0448	0.3150**	0.0236
資本価格×資本価格	0.3273**	0.0791	0.1119*	0.0455
労働価格×労働価格	0.0176	0.0596	–0.1106**	0.0342
原材料価格，その他×原材料価格，その他	0.1769*	0.0835	0.1225**	0.0377
資本価格×労働価格	–0.0840	0.0520	0.0606*	0.0351
資本価格×原材料価格，その他価格	–0.2433**	0.0535	–0.1725**	0.0277
労働価格×原材料価格，その他価格	0.0663	0.0549	0.0500*	0.0201
Time	–0.0112	0.0387	–0.0272	0.0279
Time×*time*	0.0012	0.0046	0.0021	0.0035
Time×家庭用ガス販売量	–0.0392	0.0648	–0.0367	0.0485
Time×それ以外用ガス販売量	0.0104	0.0166	0.0134	0.0123
time×資本価格	0.0129**	0.0034	0.0130**	0.0026
time×労働価格	–0.0456**	0.0117	–0.0040*	0.0018
time×原材料価格およびその他投入財価格	0.0328**	0.0121	–0.0090	0.0031
Lamda　家庭用及びそれ以外用ガス販売量	0.4880	0.4759	—	—
Lamda 1　家庭用ガス販売量	—	—	0.4209	0.2774
Lamda 2　それ以外用ガス販売量	—	—	0.3645	0.3658
Cost function	$SSE = 0.2051$ $R2 = 0.6900$		$SSE = 0.2420$ $R2 = 0.5830$	
Log likelihood, AIC, SBIC	356.6, –326.6, –266.6		362.5, –331.5, –269.6	
ORS	1.301	2.181	1.105	1.071
PSRS1	0.516	0.913	0.628	0.637
PSRS2	0.425	0.968	0.578	0.638
SCOPE	0.216	0.190	0.315**	0.116
$\partial \ln C / \partial time$	–0.039	0.078	–0.048	0.057

注：**は有意水準 1%，*は有意水準 10% で有意であることを示している．ダミーは省略した．
SSE = Sum of squared residuals, *R2* = R-squared.

謝辞

本稿は，北海学園大学において開催された公益事業学会（2010 年 6 月 12 日－13 日）において報告した原稿に，加筆・修正したものである．データの収集に当たって（社）日本ガス協会および（株）東京ガス，（株）大阪ガスの企画室の方々をはじめ，様々な方々のお世話になった．学会発表の当日，討論をいただいた日本大学　竹中康治先生と座長の名古屋大学　根本二郎先生に感謝します．とくに竹中先生には著者たちが思いもかけなかった様々な有益なコメントをいただいた．ここに記して感謝します．

本稿を追手門学院大学　経済学論集へ掲載をお認めいただいた，公益事業学会編集委員会　委員長　小坂直人先生（北海学園大学教授），追手門学院大学経済学会　会長　三崎一明先生と編集委員　李　義昭先生に感謝します．

（2012 年 5 月 2 日受理）