

金本位制下における一時的一般均衡

西 村 和 志

1. は じ め に

一時的一般均衡論は、Grandmont によって、最初、交換経済に貨幣を導入し、貨幣をもつ交換経済として定式化された。その後、Grandmont [11, Ch 1] は、貨幣理論としての「貨幣をもつ交換経済」モデルの意義が、新古典派貨幣理論の中心命題、

命題 1. 古典派二分法は、短期で無効である

命題 2. 貨幣数量説が、短期で有効であるため、再定式化されなければならない

命題 3. 新古典派体系で、本質的な短期調整機構は、実質残高効果である

に対して、

1. 短期貨幣均衡の存在について整合的証明をしていない
2. 予想についてきわめて制約的仮定をしている
3. 期待インフレ率の潜在的短期変動を無視している
4. 異時間代替効果を無視している

という批判を整理した上で、「貨幣をもつ交換経済」モデルによって、貨幣が正の価値を持つ、短期ワルラス均衡の存在は、新古典派経済学者が信じたものに反して、現実の経済において多少問題があることを示し、古

典派二分法と貨幣数量説は、一定の貨幣ストックをもつ経済の定常状態に適用されるとき、有効な命題であることを示した。

しかし、Grandmont の貨幣は、交換経済における交換手段とその価値の唯一の貯蔵手段として、定義され、貨幣の本質的価値はなく、それゆえ、その貨幣は、消費者の直接効用で評価されない。本稿では、貯蔵できる財である金を導入することにより、金貨本位制のもとで、消費者が、交換経済における交換手段とその価値の唯一の貯蔵手段を直接効用で評価できる場合、一時的一般均衡は、どう定式化されるのかを示す。

マクロ経済モデルでの、金貨本位制下の経済均衡と比較静学による分析は、Niehans [6, 7, 8, 9] によって示されている。本稿では、Niehans モデルの金貨本位制の諸仮定をできるだけ取り入れ、Grandmont の「貨幣をもつ交換経済」モデルに取り込むことをめざしている。期間は、2 期間とし、金貨は、2 つの原則によって、供給される。「第 1 の原則は、通貨のつくられる際の物質、重量および価値尺度で表わしたその価値を規定する。」「第 2 の原則は、あらゆる人は必要な材料と製造費用を支払うかぎり、造幣局からすきなだけ多くの通貨を入手できるし、また硬貨を溶解することもできることである。これは、自由貨幣鑄造の原理である。」([9], 邦訳, 178 ページ)

本稿において、Niehans モデルの、政府が、金の固定価格を決めると、消費財価格は、消費財需要のみに依存し、貨幣需要は、貨幣用金と非貨幣用金への貯蔵金の分割の決定のみに役立つということは、定式化できた。また、貨幣需要に対してなんら同次性の公準がないことも明らかである。ただし、「嗜好、技術、現金残高需要および成長率（ないし取替率、またはそれらの両者）が与えられ、（諸）物価が十分伸縮的な世界のもとでは、金価格を固定することは諸物価を安定化することを意味する。価格が均衡水準から乖離すると、自動修正機構が作動を開始する [9, 邦訳, 187 ページ]」ことを示すことは、次の課題である。

2. モデルの設定

すべての消費者は、2 期間の計画期間をもつ。期間 1 は、現在を、期間 2 は、引き続く将来期間を表す。各期間では、消費者にとって利用可能であるが期間 2 までは貯蔵できない消費財が、 l 種類あるとする。その他に、財として、金があり、次期に貯蔵可能である。消費者は、金を金製品として消費することができる。各期において、消費者は、消費財として、金に対して直接効用をもつ。

他方、金は、貨幣として交換手段に用いられる。前節で述べたように、金貨本位制の 2 つの原則にしたがって、貨幣が、通貨当局から供給されるものとする。金貨本位制の第 1 原則から、通貨当局は、金固定価格 p_G を設定し、定められた金の純度のもとで、金 $1g$ 当たり p_G 円として、貨幣用金貨を通貨とする。2 期目の貨幣金固定価格は、 p_G 円 / g が維持されるとする。金貨本位制の第 2 原則である、自由貨幣鑄造の原則から、消費者は、市場開始前に、彼の貯蔵金を、造幣局に持ち込めば、コストなしに、貨幣金に鑄造してくれるものとする。ここで、経済は、交換経済であるから、経済全体の金総量は、固定される。

市場が始まると、初期の貨幣金は、第 1 期の貨幣としてもちいられる。消費金は、各消費者が貯蔵する金製品と取引でえる金貨を合わせた金市場となる。消費者は、金市場において、今期、金製品として消費する一方、第 2 期にもちいる貨幣金を合わせた貯蔵金を売買して、最適な第 2 期の金製品と貨幣金を決定する。したがって、本稿の問題は、貯蔵できない消費財市場 l と金市場の $l+1$ 市場における均衡の存在を示すことである。

消費者は、2 期間の消費財の賦存量 $e = (e_1, e_2) \in R_+^2$ をもつ。ここで、 $e_i \in R_+^l (i=1, 2)$ であり、それぞれ確実に予見できるものとする。計画時の期首に、消費者は負債をもっていないとする。

仮定 2. 1 $e \gg 0$ とする。

また、消費者は、市場が開かれる前、蓄積された金製品の初期賦存量 $c_{G0} \geq 0$ および造幣局で金貨に鑄造した貨幣金 $m_{G0} \geq 0$ をもつ。

仮定 2. 2 $c_{G0} \geq 0, m_{G0} \geq 0$ とする。

2 期間の消費流列を、 $x = (x_1, x_2) \in R_+^2$ とする。期間 1 において、市場価格ベクトルは、 $p^1 = (p_1, p_{G1}) \in R_+^{l+1} / \{0\}$ であり、ここで、 p_1 は、腐敗する消費財の価格ベクトルであり、 p_{G1} は、金製品の価格ベクトルである。市場価格ベクトルは、次のように正規化される。

$$p^1 \in \Delta^{l+1} = \{p^1 \in R_+^{l+1} \mid \sum_{i=1}^l p_{1i} + p_{G1} = 1\}。$$

第 2 期の市場価格ベクトルは、次のように正規化される。

$$p^2 \in \Delta^{l+1} = \{p^2 \in R_+^{l+1} \mid \sum_{i=1}^l p_{2i} + p_{G2} = 1\}。$$

消費者の今期の消費行動と将来消費計画は、期間 1 において決定される。期間 1 で、消費者が市場で取引の決定をすることを行動と呼び、 $a_1 = (x_1, x_{G1}) \in R_+^{l+1}$ と表わす。期間 2 の市場で取引の決定することを計画といい、 $a_2 = (x_2, x_{G2}) \in R_+^{l+1}$ と表わす。

さて、消費者が、消費流列 $(x_1, x_{G1}, x_2, x_{G2})$ を選択する際に、期間 1 の消費行動の成果 (x_1, x_{G1}) は、確実性下にあり、期間 2 の将来消費行動の成果 (x_2, x_{G2}) は、不確実性下にあるとする。消費者の消費流列に対する選好は、von Neumann-Morgenstern の期待効用最大化の仮説をみtas。

消費者の行動および成果の空間は、消費流列の空間 $C = R_+^{2(l+1)}$ である。各期間の消費の実現可能な成果の空間 R_+^{l+1} で定義されるすべての確率分布の集合を $M(R_+^{l+1})$ とする。直積空間 $M^2(R_+^{l+1})$ 上において、消費者は、

確率分布を選好するが、その選好は、全順序¹によって表わされる。そこで、次の仮定をおく。

仮定 2. 3 写像 $v: M^2(R_+^{l+1}) \longrightarrow R$ が、任意の $\mu \in M^2(R_+^{l+1})$ に対して、 $v(\mu) = \int_C u d\pi \mu$ によって表わされる選好¹の表現であるような、連続かつ有界な von Neumann-Morgenstern 効用関数 $u: C \longrightarrow R$ が存在する。任意の効用関数 u は、凹かつ厳密に単調である。

仮定 2. 3 のもとで、期間 1 では、確実性下、期間 2 では、不確実性下にあるから、西村 [9] によれば、写像 $v(\mu)$ は、次の形をもつ。

$$\text{仮定 2. 4} \quad v(\mu) = u_1 + \int_{R_+^{l+1}} u_2 d\mu_2。$$

期間 2 の価格ベクトルに対する不確実性が、仮定される。Grandmont の予想関数は、外生的予想関数であり、非確率変数である現在価格 p^1 に、期間 2 の価格の確率分布を対応させている。期間 2 で実現可能な価格の空間 $\mathcal{A}^{l+1}$ で定義される、すべての確率分布全体の集合を、 $M(\mathcal{A}^{l+1})$ とする。このとき、消費者の予想市場価格の分布は、現在価格 p^1 に対して、次のように定義される。

$$\text{仮定 2. 5} \quad \phi(p^1) : \mathcal{A}^{l+1} \longrightarrow M(\mathcal{A}^{l+1})。$$

ここで、予想関数 $\phi(p^1)$ は、連続であるとする。すべての $p^1 \in \mathcal{A}^{l+1}$ に対して、 $\phi(p^1)$ は、 $p^2 \gg 0$ となる p^2 の集合に確率 1 をつけるとする。

さて、仮定 2. 3 および仮定 2. 4 における期間 2 の消費計画のどの成果が実現するかという不確実性と、仮定 2. 5 における期間 2 のどの価格が実現するかという不確実性は、Grandmont の変換関数を仮定することに

よって対応づけられる。

消費者は、行動 a_1 を固定した、次の連続した線形写像 γ をもつとし、関数 γ を変換関数という。

$$\text{仮定 2. 6} \quad \gamma : a_1 \cdot a_2 (\mathcal{A}^{l+1} \times R_+) \longrightarrow C_0.$$

ここで、 $a_2 (\mathcal{A}^{l+1} \times R_+)$ は、期間 2 の価格に依存する可測関数 $a_2 : \mathcal{A}^{l+1} \times R_+ \longrightarrow R^{l+1}_+$ を表わす。

西村 [10] にしたがって、仮定 2. 6 の変換関数によって、von Neumann-Morgenstern 効用関数が、 $u(\gamma(a_1 \cdot a_2)) = u_1(x_1, x_{G1}) + u_2(a_2(p^2, w_2))$ と表わせ、確率変数 γ により、予想価格の空間から、成果の空間で定義される確率分布を誘導できる。したがって、行動 a_1 、市場価格 p^1 を所与とした条件付き期待効用関数は、次のように表わされる。

$$v(a_1, p^1) = u_1(x_1, x_{G1}) + \int_{R^{l+1}_+} u_2(a_2(\cdot, w_2)) d\phi(p^1). \quad 2.1$$

この条件付効用関数 v は、市場価格 p^1 を所与として、任意の行動 a_1, a'_1 に対して、成果の空間で定義された選好関係 $\succeq$ と次の関係があるとする。

p^1 を所与として、任意の行動 a_1, a'_1 に対して、 $v(a_1, p^1) \geq v(a'_1, p^1)$ ならば、そのときにかぎり、 $a_1 \succeq a'_1$ とする。

3. 消費者の最適定式化

消費者は、各期間の予算制約のもとで、期間 1 の行動 a_1 と計画 a_2 を決定する。まず、各期の予算制約式とそれをみたす行動と計画の集合を定義する。簡単化のために、政府は、市場取引開始前に、期間 1 および 2 にお

いて、金固定価格 p_G を 1 と決める。期間 1 では、行動 $a_1 = (x_1, x_{G1})$ は、価格ベクトル p^1 と賦存量 (e_1, x_{G0}, m_{G0}) を所与として、 $A_1 = R^{I+1}_+$ の部分集合 $\beta_1 = \{a_1 \in A_1 \mid (p_1, p_{G1}) \cdot (x_1, x_{G1}) \leq (p_1, p_{G1}) \cdot (e_1, x_{G0}) + m_{G0}\}$ の中から、選好関係によって選ばれる。期間 2 では、計画 $a_2 = (x_2, x_{G2}, m_{G1})$ は、確率変数である価格ベクトル p^2 と賦存量 (e_2, x_{G1}) を所与として、 $A_2 = R^{I+2}_+$ の部分集合 $\beta_2 = \{a_2 \in A_2 \mid (p_2, p_{G2}) \cdot (x_2, x_{G2}) \leq (p_2, p_{G2}) \cdot (e_2, x_{G1} - m_{G1}) + m_{G1}\}$ の中から、選好関係によって選ばれる。予算制約を満たす集合 β_1, β_2 の性質は、次の通りである。証明は、Grandmont [4] にあるように、通常の方法で示される。

定理 3. 1 対応 β_1, β_2 は、凸値、コンパクト値かつ上半連続である。

これらの集合から、行動と計画を選ぶ選好関係は、仮定 2. 3, 2. 4, 2. 5 のもとで、期待効用関数 v が 2. 1 式で定義された。その性質は、次の通りである。証明は、Grandmont [3] および西村 [10] による。

定理 3. 2 期待効用関数 $v(x_1, x_{G1}, p^1)$ は、 $(x_1, x_{G1}) \in \beta_1(p^1)$, $p^1 \in \mathcal{A}^{I+1}$ に対して、(i) 有界、連続、(ii) 凹、厳密に単調である。

一般的に、消費者の最適化問題は、次のように設定される。

価格ベクトル p^1 と賦存量 (e_1, e_2) , (x_{G0}, m_{G0}) を所与として、仮定 2. 3, 2. 4, 2. 5, 集合 β_1, β_2 のもとで、期待効用関数 v を最大にする行動 (x_1, x_{G1}) および計画 (x_2, x_{G2}, m_{G1}) を決定する。

しかし、この最適化問題は、直接、解を求めることはできない。それゆえ、ダイナミック・プログラミングによる解法が提案される。期間は 2 期

間であるから、2段階で解が求められる。

第1段階は、期間1の価格 p^1 と行動 a_1 を所与とし、期間2の予算制約式の下で、効用関数を最大化することにより、期間2の計画 a_2 を決定する問題を、ラグランジュ未定乗数法によって解く。そして、第1問題の解 a_2^* を前節で定義した2.3式に代入し、条件付き期待効用関数 v をえる。この条件付き期待効用関数 v の性質を求め、第2段階の問題に進む。

問題 3. 1 $p_G=1, p^2=(p_2, p_{G2}) \gg 0, e_2, x_{G1}$ を所与として、

$$\begin{aligned} & \max_{\{x_2, x_{G2}\}} u_2, \\ & \text{subject to: } (p_2, p_{G2}) \cdot (x_2, x_{G2}) \leq (p_2, p_{G2}) \cdot (e_2, x_{G1} - m_{G1}) + m_{G1}. \end{aligned}$$

解 ラグランジュ未定乗数法による。

問題3.1の解を $a_2^*(p^2, e_2, x_{G1}, m_{G1}) = (x_2^*, x_{G2}^*)$ とする。これを u_2 に代入する。 $u_2^*(a_2^*(p^2, e_2, x_{G1}, m_{G1}))$ となる。これにより、2期目の効用は、1期目の x_{G1}, m_{G1} の間接効用となる。貨幣金は、これからのみ計算されるが、2期目の貯蔵金製品の間接効用は、貨幣金との代替を生じる。これは、2期目の価格変動で、金製品価格と固定金価格との比によって代替が生じるためである。

次に、期間1の x_1, x_{G1}, m_{G1} を決定する。

問題 3. 2 $p_G=1, p^1=(p_1, p_{G1}) \gg 0, e_1, x_{G0}, m_{G0}$ を所与として、

$$\max_{\{x_1, x_{G1}, m_{G1}\}} u_1 + \int u_2^*(a_2^*(p^2, e_2, x_{G1}, m_{G1})) d\phi,$$

金本位制下における一時的一般均衡

$$\text{subject to: } (p_1, p_{G1}) \cdot (x_1, x_{G1}) \leq (p_1, p_{G1}) \cdot (e_1, x_{G0}) + m_{G0}.$$

解 ラグランジュ未定乗数法による。

結局, $\int u_2^* d\phi$ において, 次期の貨幣金 m_{G1} が決定される。もし, 金先物市場が存在するならば, $\int u_2^* d\phi$ において, 先物契約が決定されるであろう。

4. 市場均衡

前節では, 価格 p^1 に対する消費者の最適行動の集合を決定した。ここでは, 任意の価格に対して, 各消費者の需要対応を定義し, 需要対応の性質を示す。さらに, すべての消費者の超過需要対応を定義し, 市場均衡の存在を示す。

価格体系の集合を次のように定義する。

$$S = \{p^1 \in \mathcal{A}^{l+1} \mid p^1 \gg 0\}.$$

S は, 開凸集合である。需要対応 $\xi(p^1)$ を次のように定義する。

$$\xi(p^1) = \{(x_1, x_{G1}) \in \beta_i \mid v(x_1, x_{G1}, p^1) \geq v(x'_1, x'_{G1}, p^1) \text{ for all } (x'_1, x'_{G1}) \in \beta_i\}.$$

定理 4.1 (i) $\xi(p^1)$ は, S 上で凸かつコンパクト値かつ上半連続である。(ii) すべての $p^1 \in S$ に対して, $p^1 \cdot \xi(p^1) = p^1 \cdot (e_1, x_{G0}) + m_{G0}$ 。

以上で, 個別需要対応 ξ の性質を示したので, 市場均衡の存在定理を示すことにする。まず, すべての消費者は, I 人とする ($i=1, \dots, I$)。 i 消

費者の価格ベクトルの集合を iS とする。個別需要対応がよく定義できる、すべての消費者の価格ベクトルの集合を $P = \bigcap_{i=1}^I {}^iS$ とする。各 iS は、開凸集合であるから、 P もそうである。総超過需要対応を $\zeta: P \rightarrow R^{l+1}$ と表わし、

$$\zeta(p^1) = \sum_{i=1}^I {}^i\zeta(p^1) - \sum_{i=1}^I ({}^ie_1, {}^ix_{G0}, {}^im_{G0})。$$

と定義する。

均衡は、すべての i に対して、 ${}^iz^* \in {}^i\zeta(p^*)$ かつ $\sum_{i=1}^I {}^iz^* = \sum_{i=1}^I ({}^ie_1, {}^ix_{G0})$ となる $(p^*, {}^1z^*, \dots, {}^Iz^*) \in A^{l+1} \times R^{(l+1)I}$ である。

この経済が均衡するための総超過需要対応 ζ がみたすべき必要条件是、次のように表わされる。

(1) ζ は、 P 上で凸かつコンパクト値かつ上半連続である。

(2) 狭義の Walras 法則：

すべての $p^1 \in P$ に対して、 $p^1 \cdot \zeta(p^1) = 0$ 。

(3) 境界条件：

$p^{1k} \rightarrow p^1$, かつ $p^1 \in \partial P$ となる任意の点列 $\{p^{1k}\} \subset P$ と任意の点列 $\{{}^iz^{1k}\} \subset \zeta(p^{1k})$ を考える。このとき、無限に多くの k に対して、 $p^1 \cdot z^{1k} > 0$ であるような $p^1 \in P$ がある。

次の定理をえる。

定理 4.2 各消費者が、仮定 2.1 から 2.6 をみたすとき、均衡価格体系 p^* が存在する。

参 考 文 献

- A. Collery, "International Adjustment, Open Economies, and the Quantity Theory of Money," *Princeton Studies in International Finance*, no. 28, 1971.
- R. N. Cooper, *The Gold Standard: Historical Facts and Future Prospects*, *Brookings Papers on Economic Activity*, 1 : 1982, pp. 1 - 54.
- J. M. Grandmont, On the short run equilibrium in a monetary economy, in J. Drèze ed., "Allocation under Uncertainty, Equilibrium, and Optimality," *Macmillan*, London, 1974, pp. 213 - 228.
- J. M. Grandmont, Temporary general equilibrium theory, in K. J. Arrow and M. D. Intriligator eds., "Handbook of Mathematical Economics, vol. II," *North-Holland*, 1982, pp. 879 - 922.
- J. M. Grandmont, "Money and Value: A reconsideration of classical and neoclassical monetary theories," *Cambridge University Press*, 1983.
- J. Niehans, Reserve Composition as a Source of Independence for National Monetary Policies, in R. Z. Aliber, ed., "National Monetary Policies and the International Financial System," *University of Chicago Press*, 1974, pp. 273 - 288.
- J. Niehans, The Flexibility of the Gold-Exchange Standard and its Limits, in H. G. Johnson and A. Swoboda, eds., "The Economics of Optimum Currency Areas," *Allen and Unwin*, 1973, pp. 46 - 64.
- J. Niehans, "International Monetary Economics," *The Johns Hopkins University Press*, 1984 (天野明弘 / 井川一宏 / 出井文男訳『国際金融のマクロ経済学』東京大学出版会, 1986年).
- J. Niehans, "The Theory of Money," *The Johns Hopkins University Press*, 1978 (石川経夫監訳『貨幣の理論』東京大学出版会, 1982年).
- 西村和志, 多計画期間をもつ貨幣経済における一時的一般均衡, 追手門学院大学 20 周年記念論集 経済学部篇, 1987 年, pp. 157 - 169.
- 西村和志, 多期間先物市場における一時的一般均衡, 追手門経済論集, 第 XXVIII 巻第 1 号, 1993 年, pp. 68 - 87.

(2000 年 7 月 24 日受理)